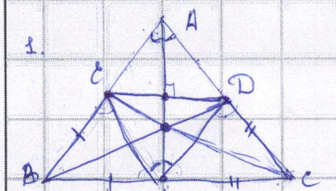
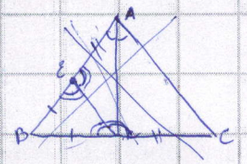
1.





Бер-ні: ΔABC, AK - биссектриса, $EB = BK$, $CD = CK$

Д/к: $AB = AC$

Шешуі: $EDBC$ - трапеция. $\Rightarrow$ Егер $EB = BK$, $DC = KC$

онда $EDCB$ - теңбүйірлі трапеция $\Rightarrow \angle B = \angle C$

Егер $\angle B = \angle C$, онда ΔABC - теңбүйірлі (теңқабырғалы)

Шешуі: ED, EK, DK - орта сызық.

$EDCB$ - теңбүйірлі трапеция, ΔABC - дұрыс үшбұрыш

$EK = \frac{AC}{2}$ $DK = \frac{BA}{2}$

ED - орта сызық $\Rightarrow$ $EDCB$ - теңбүйір трапеция $\Rightarrow \angle B = \angle C \Rightarrow AB = AC$

AK - биссектриса, медиана, биіктік.

Д/ді: $AB = AC$

2. $a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$ $a,b,c = ?$

$a \geq b \geq c \Rightarrow (a,b) \geq (c,a) \geq (b,c)$ Егер теңболса: 1, 2, 3, 4, 5 ...

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3. $a_1; a_2, \dots a_{2022}$ $i < j$ $a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_i + a_j$, $a_i a_j$, $|a_i - a_j|$ $a_i = a_1 + d(i-1)$

$a_i + a_j = a_1 + d(i-1) + a_1 + d(j-1)$ $a_j = a_1 + d(j-1)$

$a_i + a_j = 2a_1 + d(i+j-2)$

$a_i \cdot a_j = (a_1 + d(i-1))$

$|a_i - a_j| = |a_1 + d(i-1) - a_1 - d(j-1)| = |d(i-j)|$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512 \Rightarrow a(a-5)+b(5476b-1364)+141ab+512 \geq 0$

$$\begin{cases} a^2+141ab+5476b^2=0 \\ 5a+1364b-512=0 \Rightarrow b=\dfrac{512-5a}{1364} \end{cases}$$

$$\left(a^2-\frac{705a^2}{1364}+\frac{5476\cdot 25a^2}{1364^2}\right)+\left(\frac{141\cdot 512a}{1364}-\frac{54760\cdot 512a}{1364^2}\right)+\frac{5476\cdot 512^2}{1364^2}=0$$

Егер $5476 \Rightarrow 5456$ онда $\Rightarrow a^2-\frac{705a^2}{1364}+\frac{100a^2}{1364}+\frac{72192a}{1364}-\frac{20480a}{1364}=0$

$a^2+68a+138\frac{52}{253}=0$ $\begin{cases} a_1+a_2=-68 \\ a_1\cdot a_2=138\frac{52}{253} \end{cases}$ бүтін. (натуралы) сан шығпайды.

$a=2$ $b=1$ деп алсақ $4+282+5476 \geq 10+1364-512$ $5762 \geq 862$

яғни: $[a^2+141ab+5476b^2 > 5a+1364b-512] \neq$ (~~2 теңсіз~~)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512.$

1) $a^2-5a+141ab+5476b^2-1364b+512 \geq 0$

$a(a-5)+b(5476b-1364)+141ab+512 \geq 0$

$\begin{cases} a^2+141ab+5476b^2=0 \\ 5a+1364b-512=0 \end{cases} \Rightarrow b=\frac{512-5a}{1364}$

$a^2+141a\cdot\frac{512-5a}{1364}+5476\cdot\left(\frac{512-5a}{1364}\right)^2=0$

$a^2+\frac{141\cdot512a}{1364}-\frac{705a^2}{1364}+\frac{5476\cdot512^2}{1364^2}-\frac{5476\cdot2\cdot512\cdot5a}{1364^2}+\frac{5476\cdot25a^2}{1364^2}=0$

$\left(a^2-\frac{705a^2}{1364}+\frac{5476\cdot25a^2}{1364^2}\right)+\left(\frac{141\cdot512a}{1364}-\frac{54760\cdot512a}{1364^2}\right)+\frac{5476\cdot512^2}{1364^2}=0$

$a=10$ $a_n=a_1+d(n-1)$ $a>b>c$ $10+2=8+2$

$b=$ $10>8>6$ $a\cdot4+282+5776 \geq 10+1364-512$

$a>b>c \Rightarrow (a,b)>(c,a)>(b,c)$

12 6 8 2 1

$1+141\cdot24$

$a^2+141ab+5456b^2 \geq 5a+1364b-512.$

$1364-705=659$ $d_1=d-d_1+d$

$\left(a^2-\frac{705a^2}{1364}+\frac{100a^2}{1364}\right)+\left(\frac{72192a}{1364}-\frac{20480a}{1364}\right)$

$1364-705+100=759$

$a_1+a_2=-68$

$a_1\cdot a_2=138\frac{52}{253}$ $\frac{759a^2}{1364}+\frac{51712a}{1364}+\frac{1048576}{1364}=0$

$759a^2+51712a+1048576=0$

$a^2+68a+138\frac{576}{759}=0$

$1+1=1+1$

$2+1=3+2=2+$

$\frac{512}{1364}$ $\frac{141}{705}$ $\frac{1364}{512}$ $\frac{512}{1024}$ $\frac{1364}{340}$ $\frac{1364}{1024}$ $\frac{1364}{340}$

$\frac{759}{253}$ $\frac{759}{6}$ $\frac{759}{15}$ $\frac{759}{8}$ $\frac{759}{72}$

$\frac{51792}{759}$ $\frac{1048576}{759}$ $\frac{759}{138}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

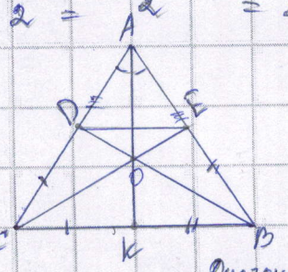
№2. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

1 1 1

$1+11=1+11=1+11$

$2=2=2$

№1.

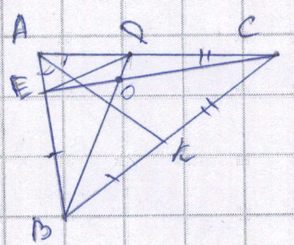


Дано: ABC-треугольник
AK-биссектр.
$EB=BK$ $E \in AB$
$CD=CK$ $O \in AC$
Док-ть: $\triangle ABC$ - равнобедр., т.е. $AB=AC$

если $O \in AK$, то

Диагонали пересекаются в точке на прямой AK

Рассмотрим другой вариант рисунка с тупоугольным Δ-ком



Диагонали не пересекаются в точке лежащей на AK, если $AB \neq AC$

№3 $a_1, a_2, a_3, \ldots a_{2022} \in N$

$a_i, a_j \quad i<j$

при $a_1=1$, $1+2=3$ $1+3=4$ $1+4=5$ $1+2022=2023$

a_j = от 2 до 2022 $1\cdot 2=2$ $1\cdot 3=3$ $1\cdot 4=4$ $1\cdot 2022=2022$

$|1-2|=1$ $|1-3|=2$ $|1-4|=3$ $|1-2022|=2021$

Всего полученных чисел - 2023; 1012 из них нечётное
(нулевых)

при $a_i=2$; $2+3=5$ $2+4=6$ $2+5=7$ $2+2022=2024$

a_j = от 3 до 2022 $2\cdot 3=6$ $2\cdot 4=8$ $2\cdot 5=10$ $2\cdot 2022=4044$

$|2-3|=1$ $|2-4|=2$ $|2-5|=3$ $|2-2022|=2020$

4044; 1012; Здесь уже появляется промежуток чисел от 2022 до 4044
но все они будут чётными

при $a_i=3$ $3+4=7$ $3+5=8$ $3+6=9$ $3+2022=2025$ $3\cdot 2021=6063$ $3\cdot 2017=6051$

$3\cdot 4=12$ $3\cdot 5=15$ $3\cdot 6=18$ $3\cdot 2022=6066$ $3\cdot 2019=6057$

$|3-4|=1$ $|3-5|=2$ $|3-6|=3$ $|3-2022|=2019$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Число получится нечётным только если оба множителя будут нечётными.

Здесь в диапазоне чисел от 2022 до 6066, также будут получаться нечётные числа ~~а будет~~ ~~последовательно~~. поэтому пусто число нечётных чисел при $a_i = 3$

$= \frac{6066}{2} = 3033$, т.е. когда a будет равно нечётному числу, то полшлю 1012 нечётных будут добавляться другие получение при умножении $a_i a_j$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ \times\ 1012 \\ \hline 2024 \\ 1012 \\ 0000 \\ 1012 \\ \hline 1024144 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1024144 \\ +\ 1024144 \\ \hline 2048288 \end{array}$$

$1024144 + 1024144 = 2048288$

№4 $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 572$

при $a = b = 1$: $1 + 141 + 5476 \geq 5 + 1364 - 572$

$5618 \geq 857$

Вследствие чего, что в левой части выражение, т.е. неравенства присутствует квадрат, то любое число получится положительным и левое больше чем числа в правой части.

№2 $ot(b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$ при (x,y) - наиб. общ. делитель.

Чтобы числа делились на друг друга (без остатка), т.е. для нахождения наибольшего общего делителя сначала рассмотрим числа, которые ~~были равными~~ либо все чётные, либо все нечётные, либо должны быть одинаковыми

Рассмотрим:

при $a = 2$; $b = 2$; $c = 2$ $\quad 2 + 2 = 2 + 2 = 2 + 2$

$4 = 4 = 4$

при: $a = 2$; $b = 4$; $c = 6$

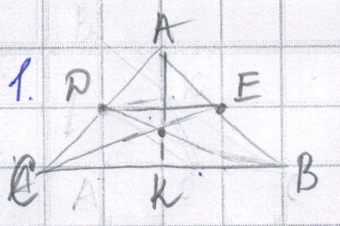
$2 + 2 \neq 4 + 2 \neq 6 + 2$

при $a = 3$; $b = 3$; $c = 3$

$3 + 3 = 3 + 3 = 3 + 3$

$6 = 6 = 6$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БҒҒМ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1. 

Берілгені:
$\triangle ABC$, AK биссектриса, E, D - нүктелер
$EB = BK$, $CD = CK$
D/k: $AB = AC$

Ш: $\triangle ABC$ теңбүйірлі үшбұрыш. E және D үшбұрыштың тең екі қабырғын екіге бөледі. Сонда, $EK = EP$, $EB = DC$. Соның нәтижесінде $BK = KC$. Егер $\triangle EBK = \triangle KDC$ болса, онда $AB = AC$ болады.

2. $a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

$$\begin{cases} a + (b,c) \; y \\ b + (c,a) \; x \end{cases} ; \begin{cases} a = 5 \\ b = 9 \\ c = 8. \end{cases}$$

$a + (b,c) =$

$5 + (9,8) = 9 + (5,8) = 8 + (5;9)$

3. $a_1; a_2; \ldots, a_{2022}$, $a_i; a_j$ $(i < j)$.
$a_i + a_j$; $a_i a_j$; $|a_i - a_j|$

Егер әр $a_i + a_j$ қосындысында кемесі сан шығатын болса, 2022 санының тең жартысы, яғни 1011 тақ сан болуы тиіс. Жазып алынған сандардың ішінде ең көп дегенде 500 сан тақ болуы қалады.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 - 5a + 141ab \geq -5476b^2 + 1364b - 512$

~~D<0~~

$a = 1, \quad b = 1$

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512$

$1 + 141 + 5476 \geq 5 + 1364 - 512$

$5618 \geq 857$ ✓

$a = 1, \quad b = 2$

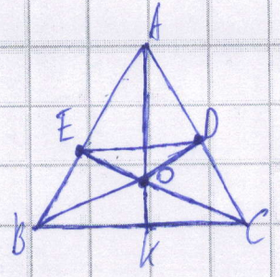
$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 5476 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$

$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 2728 - 512$

$22187 \geq 2221$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1.



$EB = BK$; $CD = CK$;

т.О – пересечение диагоналей четырехугольника.

$EC \cap BD = O$. на прямой AK. $\Rightarrow AB = AC$,

т.к. изначально AK – биссектриса, она делила $\angle A$ пополам $\Rightarrow$ что получилось два треугольника, а т.к. угол $\angle A$ биссектриса поделила на два равных угла в двух треугольниках $\Rightarrow AB = AC$, у них уже есть один равный угол и будут еще два угла равных друг другу, то есть $\triangle ABK = \triangle ACK$, $\angle BAK = \angle KAC$, треугольники абсолютно равны.

2. $a + (b,c) = b + (a,c) = c + (a,b)$

Чтобы чтобы a, b, c всегда были равны друг-другу $a = b = c$. $\Rightarrow$ таких будет натуральных ∞ множество.

Например: $a = b = c = 7$

$7 + (7) = 7 + (7) = 7 + (7)$.

$14 = 14 = 14$ Общий наибольший делитель: $\pm 1; \pm 2; \pm 7$.

Или например: $a = b = c = 2$

$2 + (2) = 2 + (2) = 2 + (2)$.

$4 = 4 = 4$. Общий наибольший делитель: $\pm 1; \pm 2; \pm 4$.

3. $a_1 + a_2;\ a_1 a_2;\ |a_1 - a_2|$

$a_2 + a_3;\ a_2 a_3;\ |a_2 - a_3|$

$a_3 + a_4;\ a_3 a_4;\ |a_3 - a_4|$

$a_4 + a_5;\ a_4 a_5;\ |a_4 - a_5|$

$a_5 + a_6;\ a_5 a_6;\ |a_5 - a_6|$ ... $a_i + a_j;\ a_i a_j;\ |a_i - a_j|$ Ответ: 2021.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512.$

~~$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b \geq -512.$~~

~~$a(a-5)+1364b(20b-1)+141ab \geq -512.$~~

~~$(a+1364b+141ab)(a-5)(20b-1) \geq -512.$~~

~~Допустим $a=3; b=4 \Rightarrow$~~

~~$(3+1364\cdot 4+141\cdot 3\cdot 4)(3-5)(20\cdot 4-1) \geq -512$~~

Допустим $a=2; b=3 \Rightarrow$

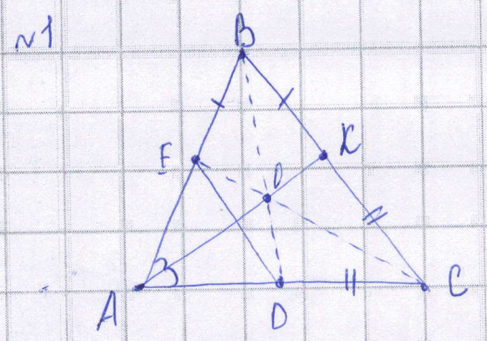
$2^2+141\cdot 2\cdot 3+5476\cdot 3^2 \geq 5\cdot 2+1364\cdot 3-512.$

$4+1692+49284 \geq 10+4092-512.$

$50980 \geq 3490.$ => неравенство справедливо для любых действительных a, b., т.е. независимо какое число поставить на место a или в первое получиться больше или равно второму, т.е. в первом уравнении ~~если~~ a и b возврат в квадрат, из-за этого число в этом уравнении всегда будет больше чем во втором уравнении.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1



Дано: $\triangle ABC$

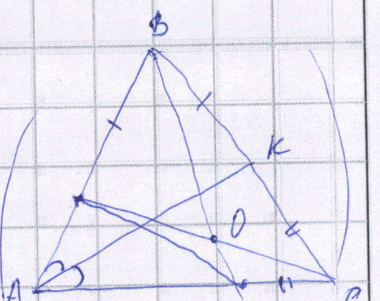
AK - биссектриса

$E \in AB$

$D \in AC$

$EB = BK$; $CD = CK$

Док-ть: $O \in AK \Rightarrow AB = AC$

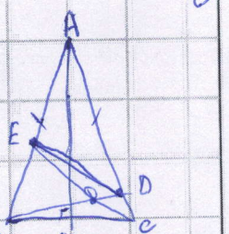


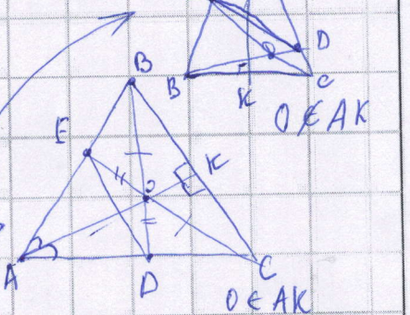
Решение:

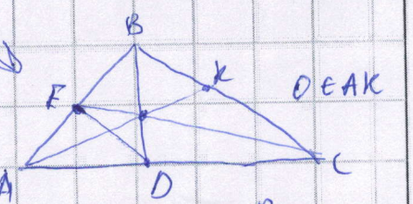
$\triangle ABK \sim \triangle AKC$ (т.к. $\angle BAK = \angle KAC$; AK - общая)

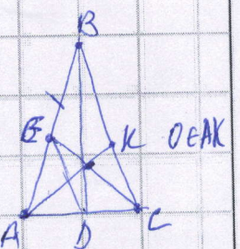
~~($AK = AC$ может быть если $\angle AKC = \angle KCA$)~~

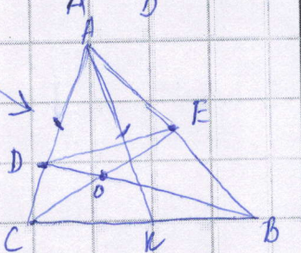
Если $ED \parallel BC$, то $O \in AK$











$O \in AK$

Вывод: если $ED \nparallel BC$, то $O \notin AK$,

вне зависимости от ~~$AB = AC$~~ или $AB \neq AC$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№ 4

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 - 5a + 141ab + 5476b^2 - 1364b + 512 \geq 0$

$a(a - 5 + 141b) + b(5476b - 1364) + 512 \geq 0$

пусть $a = -2$; $b = 4$

$-2(-2 - 5 + 141 \cdot 4) + 4(5476 \cdot 4 - 1364) + 512 \geq 0$

$-1114 + 80560 + 512 \geq 0$ - верно

пусть $a = \frac{1}{2}$ $b = -20$

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - 5 + 141 \cdot (-20)\right) - 20(5476 \cdot (-20) - 1364) + 512 \geq 0$

$\frac{1}{2} \cdot (2824,5) + 2217680 + 512 \geq 0$ - верно

пусть $a = -4$ $b = -6$

$-4(-4 - 5 - 141 \cdot 6) - 6(-5476 \cdot 6 - 1364) + 512 \geq 0$

$3420 + \ldots + 512 \geq 0$ - верно

пусть $a = 2$ $b = 10$

$2(2 - 5 + 1410) + 10(54760 - 1364) + 512 \geq 0$

$\ldots + \ldots + \ldots + \ldots + \ldots + \ldots \geq 0$ - верно

Вывод: при любых значениях a, b - неравенство справедливо

$141 = 2 \cdot 70,5 + 1$

$70,5 = 70,5 \cdot 1 + 0$

$5476 = 141 \cdot 38 + 118$

$141 = 118 \cdot 1 + 23$

$118 = 23 \cdot 5 + 3$

$23 = 3 \cdot 7 + 2$

$3 = 2 \cdot 1 + 1$

$2 = 1 \cdot 2 + 0$

$141 \cdot 6 = 846$

$855 \cdot 4 = 3420$

$5476 \cdot 6 = 32856$

$32856 - 1364 = 34220$

$34220 - 3285 = 4220$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3

пусть $a_i = 3$ (нечет) $a_j = 6$ (чет)

$a_i + a_j = 9$ (нечет) $a_i a_j = 18$ (чет) $|a_i - a_j| = 3$ (нечет) 2 нечет

пусть $a_i = 18$ (чет) $a_j = 38$ (чет)

$a_i + a_j = 56$ (чет) $a_i a_j = 684$ (чет) $|a_i - a_j| = 20$ (чет) 0 нечет

пусть $a_i = 31$ (нечет) $a_j = 33$ (нечет)

$a_i + a_j = 64$ (чет) $a_i a_j = 1023$ (нечет) $|a_i - a_j| = 2$ (чет) 1 нечет.

пусть $a_i = 8$ (чет) $a_j = 13$ (нечет)

$a_i + a_j = 21$ (нечет) $a_i a_j = 104$ (чет) $|a_i - a_j| = 5$ (нечет) 2 нечет.

пусть $a_i = 20$ (чет) $a_j = 54$ (чет)

$a_i + a_j = 74$ (чет) $a_i a_j = 1080$ (чет) $|a_i - a_j| = 34$ (чет) 0 нечет.

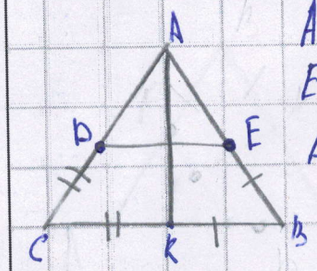
пусть $a_i = 101$ (нечет) $a_j = 203$ (нечет)

$a_i + a_j = 304$ (чет) $a_i a_j = 20503$ (нечет) $|a_i - a_j| = 102$ (чет) 1 нечет

Вывод: Среди выписанных чисел максимальное количество нечетных - 2. Добиться этого можно, если 1-ое из чисел нечетное, а 2-е - четное.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Дано:



ABC треугольник.
$EB = BK$; $CD = CK$.
$EBCD$ трапеция.
EB ср. линия.

Доказать что $AB = AC$.

Решение:

AK биссектриса она делит CB пополам.

$KB = \frac{BC}{2}$ и $CK = \frac{BC}{2}$ $\Rightarrow$ $\frac{DC}{2} = \frac{BC}{2}$ и $\frac{BE}{2} = \frac{BC}{2}$.

значит $DC = EB$, а если они равны $\Rightarrow$ DA и EA тоже равны.

$AC = CD + AD$ тоже как $CD + AD = BE + EA$

$AB = BE + EA$ AC и AB равны

Ответ: $CD + AD = BE + EA \Rightarrow AC$ и AB равны.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$a+(bc)=b+(ca)=c+(ab)$

$a+bc-b+(ca)-c+(ab)=0$

$ab+ac-bc-ba-ca-cb=0$

$-2bc=0$

$c=\frac{b}{2}$.

$-\frac{2^{1}\cdot b\cdot b}{1\ 1\ 2}=\frac{-4\cdot 2b\cdot b}{2}=b^{2}$.

$c=\frac{b^{2}}{2}$ $\quad b=1$

$c=0,5$

$b=b^{2}$. $\quad a=1$

$a=1$.

$1+(1\cdot 0,5)=1+(0,5\cdot 1)=0,5+(1\cdot 1)$

$x=1 \quad y=0,5$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$a_1; a_2; a_3 \dots a_{2024}$.

$a_i; a_j \quad i < j$

$a_i + a_j \neq \frac{a_i + a_j}{2}$.

$a_i \cdot a_j \neq a_i + a_j$; данный быть не может.

$|a_i - a_j| \neq \frac{|a_i - a_j|}{2}$

$a_i = 1 \quad a_j = 2$. $a_i = 2 \quad a_j = 3$.

$1 + 2 = 3$ чет $2 + 3 = 5$ чет.

$1 \cdot 2 = 2$ чет $2 \cdot 3 = 6$ чет

$|1 - 2| = 1$ нечет. $|2 - 3| = 1$ не чет.

$2 + 3 = 5$

Всего пар чисел может быть 4044.

Мы узнали что $a_i + a_j$ = нечётное числ. и $|a_i - a_j|$ тоже нечетное числ.

Значит наиболее количество нечётное число у каждой пары будет: 4044. а всего нечётных ответов будет 8088

Ответ: 4044.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-115$

$5476b^2 \geq 1364b \quad b = h_1; h_2; h_3$

всегда будет $\geq$

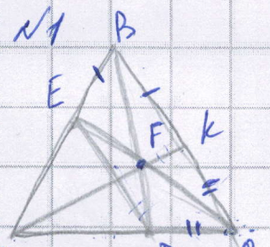
$141ab \geq -572. \quad a = h_1; h_2; h_3$

всегда будет $\geq$ $\quad b = h_1; h_2; h_3.$

да $a^2 < 5a$ по условию большое слагаемое.
$5476b^2$ левая сторона всегда будет больше.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1



ABC - треугольник, AK - биссектриса.
$EB = BK$, $DC = CK$, $ED \parallel BC$
Доказать, что если $F \in AK$, то $AB = AC$.

Доказательство:

1) т.к. AK — Рассмотрим $\triangle EBK$. $\triangle EBK$ - равнобедренный следовательно $EB = BK$. А по признаку треугольника $\triangle EBK$ подобен $\triangle ABC$ по 2 углам и 2 сторонам. Значит $\triangle ABC$ равнобедренный $AB = BC$.

2) Точка пересечения BD и EC F на прямой AK. значит, $AB = AC$.

3) Т. к. AK - биссектриса, она делит $\angle A$ пополам.

Ответ: если точка пересечения диагоналей четырехугольника $EBCD$ лежит на прямой AK, то $AB = AC$

№2

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

$1 + (1, 1) = 1 + (1, 1) = c + (1, 1)$.

$a = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
$b = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
$c = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Ответ:

№3

$a_1, a_2 \dots a_{2021}$ - натур. числа

a_i, a_j при $i > j$ $a_i + a_j$, $a_i \cdot a_j$ и $(a_i - a_j)$

Найти наибольшее возможное значение кол-ва нечетных чисел среди выписанных.

Ответ: 2021.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№4

$a^2 + 141ab + 5478b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

при $a = 2$ $b = 1$:

$4 + 282 + 5478 \geq 10 + 1364 - 512$.

$5762 \geq 862$. верно.

при ~~b~~ $a = 1$ $b = 2$:

$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 2728 - 512$

$22187 \geq 2221$ верно.

Ответ: при любых действительных a, b.

справедливо неравенство.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1



ABC - треугольник, AK - биссектриса.

$EB = BK$, $CD = CK$ $\quad ED \parallel BC$

Доказать, что $AB = AC$, если периметр $EBDC$ точка F лежат на AK.

Доказательство

$AB = AC$, т.к. AK - биссектриса и делит угол пополам, и сторону BC тоже делит пополам. $BK = KC$.

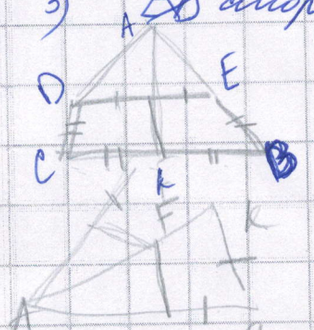
1) Рассмотрим $\triangle EBK$. $\triangle EBK$ подобен $\triangle ABC$ по двум углам и 2 прилежащим сторонам, следовательно $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = BC$.

3) сторона ED делит AC пополам

$ED \parallel BC$ - по условию.

2) EC - биссектр. BD - биссектр.



№2

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$ $\quad abc$ - конеч.

x, y - комб. общий делитель чисел x, y.

$a, b, c = dx, dy, dz$

$dx + (dy, dz) = x + (y, z) = 21$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3

$a_1, a_2, \ldots a_{2022}$ – натуралын. числа

$a_i, a_j \quad i < j$

$a_i + a_j$, $a_i \cdot a_j$ и $(a_i - a_j)$

№4.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$(a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0)$

$a = 1 \quad b = 1.$

$1 + 141 + 5476 \geq 5 + 1364 - 512$

$5618 \geq 852$

$a = 0 \quad b = 0.$

$0 \geq -512$

$a = 1 \quad b = 2.$

$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 2728 - 512$

$22187 \geq 2221$

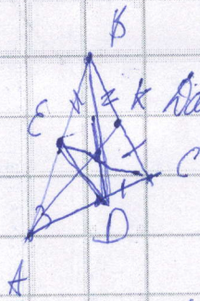
$a^2 + 141ab - 5a + 5476b^2 + 1364b - 512 \geq 0.$

$a^2 + 141ab - 5a + 5476b^2 + 1364b - 512 \geq 0$

$a^2 + 141ab + 5476b^2$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

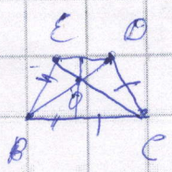
№1



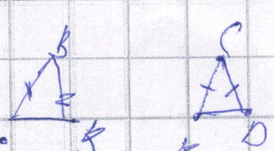
Дано: $\angle BAK = \angle KAC$ $EB = BK$ $CD = CK$

С-ть: С-ть пересечения dd_1, $EBCD$

Д-во: $AB = AC$



Д-во: $EBCD$ – трапеция



равнобедренные

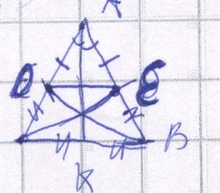
если $AB = AC$, то $\triangle ABC$ – равнобедренный, то AK – медиана, биссектриса, высота $\Rightarrow$ $BK = KC \Rightarrow BE = CD \Rightarrow$

трапеция $EBCD$ – равнобедренная $\Rightarrow$ С-ть пересечения EC и

KD – с AK (dd_1 равнобедренной трапеции пересекаются в центре, также центр пересечения AK – медиана)

$EBCD$ – трапеция, т.к $EB = BK$, $BK = CK$, $CK = CD$, $CD = EB$

$\Rightarrow DE \parallel CB$ доказано



DE – m

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№2

Дано:

$a+(b,c)=b+(a,c)=c+(a,b)$ Найти: $\{a,b,c\}^{?}=N$

(x,y) - НОД x и y, если (x,y) - НОД x и y, то $x=y$

Решение:

пусть $a=1$, $b=2$, $c=3$

$1+2^{3}=2+1^{3}\neq 3+1^{3}$, в сумме должно быть одинаковое число

$a=3$ $b=?$ $c=5$

$a+b=b+c$ $a+c=b+a$

$a=c$ $c=b$

$a+a=b+c$

$a=b$

$a=c$

$a=b$

$b=c$

$\Rightarrow a=b=c\in [1;+\infty)$

№3

$a_1; a_2; \ldots; a_{100}\in N$ $a_i; a_j$ при $i<j$

Найти: наиб. кол-во неравных чисел a_i+a_j, $a_i a_j$ и $|a_i-a_j|$

Решение: $i<j$ то $|a_i-a_j|>0$

пусть $a_1=1$ $a_2=2$ $1<2$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3 (продолжение)

$\begin{cases} 1+2=3 \\ 1\cdot 2=2 \\ |1-2|=1 \end{cases}$ → 3 и 1 нечетные → 2 нечетных числа

пусть $a_1=5$ $a_2=6$ $1<2$

$\begin{cases} 5+6=11 \\ 5\cdot 6=30 \\ |5-6|=1 \end{cases}$ → 11 и 1 нечетные числа → 2 нечетных числа

пусть $a_3=6$ $a_6=12$ $3<6$

$\begin{cases} 6+12=18 \\ 6\cdot 12=72 \\ |6-12|=6 \end{cases}$ 9 чётных

пусть $a_9=12$ $a_7=21$ $4<7$

$\begin{cases} 12+21=33 \\ 12\cdot 21=252 \\ |12-21|=9 \end{cases}$ 33 и 9 нечетных

→ 2 - максимальное количество

№4

a, b Д-ть: $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

пусть $a=1$ $b=2$

$1+282+21\,904 \geq 5+2728-512$

пусть $a=2$ $b=1$

$4+282+5476 \geq 10+1364-512$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРЫНЫ

№4 (продолжение)

$5^4 \cdot 476$

49284

1564

4092

пусть $a=2$ $b=3$

$4 \cdot 232 + 49284 \geq 10 \cdot 4092 - 512$

пусть $b=0$ $a=-1$

$1 \geq -5 \cdot 512$

пусть $a=0$ $b=-1$

$-141 + 5476 \geq -1364 - 512$

равенство справедливо для всех действительных чисел a и b

т.к a^2 и b^2 всегда ≥ 0 и $\geq ab$ ■

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

VKO VKO

mat10007

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 5

Ответы

1) Доказано

2) $[1; +\infty)$

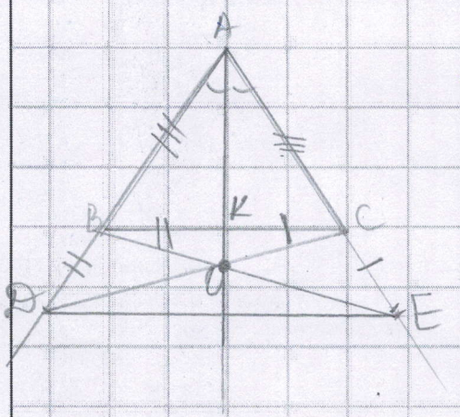
3) 2

4) Доказано

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1



Бер-і:

ΔABC AK - биссектриса, $E \in AC$, $D \in AB$

Д/к. $AB = AC$

Әсер шарты бойынша $KC = CE$, $KB = BD$

$BCED$: $BE \parallel DC$ болғандағы $DC = O$ нүктесінде

$O \in AK$, яғни $BE \cap DC = O$.

$\Delta ABK (\subset) AKC$

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$

№2

$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

(x,y) - ең үлкен ортақ бөлгіш

Шешуі: 1) $a = 1$ ЕҮОБ $(1;2) = 1$

$b = 2$ ЕҮОБ $(2;3) = 1$

$c = 3$ ЕҮОБ $(1;3) = 1$

$1 + (2;3) = 2 + (1;3) = 3 + (1;2)$

$1 + 1 \neq 2 + 1 \neq 3 + 1$

2) 5; 6; 8 ЕҮОБ $(5;6) = 1$

ЕҮОБ $(6;8) = 2$.

ЕҮОБ $(5;8) = 1$

$5 + (6;8) = 6 + (5;8) = 8 + (5;6)$

$5 + 2 = 6 + 1 \neq 8 + 1$

3) 4; 6; 8 ЕҮОБ $(4;6) = 2$

ЕҮОБ $(4;8) = 4$

ЕҮОБ $(6;8) = 2$

$4 + 2 \neq 6 + 4 = 8 + 2$

4) 6; 8; 12 $(6;8) = 2$

$(8;12) = 4$

$(6;12) = 6$

5) 10, 8, 12 $(10;8) = 2$

$(8;12) = 4$

$(10;12) = 2$

$10 + 4 \neq 8 + 2 \neq 12 + 2$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

6) $8;12;16$

$(8;12)=4$

$(8;16)=8$

$(12;16)=4$

$8+4=12+8$

a, b, c – сандары өзара жай сандар болса,

$a+(b;c)=b+(a;c)=c+(a;b)$ теңдеуі орындалмады.

a, b – жұп, c – тақ. Сан үлкен шығады.

№3.

тақ сан: $2k+1$

жұп сан: $2k$.

$a_1; a_2 \dots a_{2022}$ $\quad a_i=a;\ a_j=a_2\ (i>j)$

$a_i+a_j : a_{ij}\ (a_i-a_j)$

$a_1+a_2 : a_1a_2 : |a_1-a_2|$

$1+2=3 \quad 1\cdot 2=2 \quad |1-2|=|-1|=1$

$a_{2022}=a_{2021}+a_1$

$$S_{2022}=\frac{1-2(2022-1)}{2}=\frac{1-4044+1}{2}=\frac{2-4044}{2}=\frac{-4042}{2}=2021$$

№4

$a^2-5a+45ab+5476b^2-1364b+96ab-512\geq 0 \quad a=1$

$a(a-5+45b)+b(5476b-1364b+96a)-512\geq 0 \quad b=-1$

$1^2-5\cdot 1+45\cdot 1\cdot(-1)+5476(-1)^2-1364(-1)+96\cdot 1\cdot(-1)-512\geq 0$

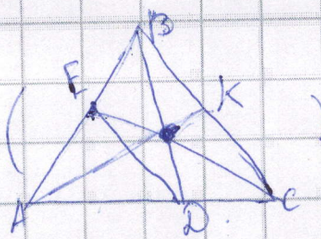
$1+5-45+5476+1364-96-512\geq 0 \quad 6193\geq 0$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Б: $\triangle ABC$

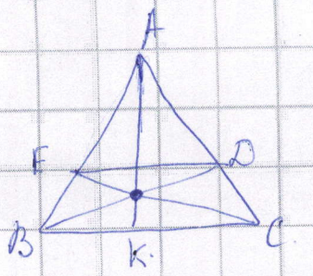
$E \neq A$, $E \neq D$

$EB = BK$; $CD = CK$



Дәлелдеу керек: $AB = AC$

Шешуі: Әдіс



берілген. Осы үшбұрыш-

та $EB = BK$; $CD = CK$ екені белгілі. Осыған байла-

нысты біз $\triangle ABC$-ның теңқабырғалы екенін бі-

леміз. Әдіс онда $AB = BC$ екені анық.

және бізде Биссектриса деген үшбұрыштың

бір төбесінен кесесі жатқан қабырғаны қақ

ортасынан бөліп тұрған түзуді айтамыз.

Әдіс осы жерден біз $BK = CK$ екенін табамыз.

$EB = BK$; $CD = CK$ деп берілгендіктен біз.

осы төртбұрыштың (барлық) қабырғалары өзара

тең, Әдіс қарама-қарсы жатқан қабырғалар-

тең. Осы жерден біз толық үшбұрыштың

тең қабырғалы екенін соңғы әрпіне табамыз.

Жауабы: $\triangle ABC$ = теңқабырғалы.

$AB = BC$ екені белгілі.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Берілгені: $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$10+15=15+20=20+5=25=25=25$

Табу керек: $a=?$ $a=10$ Бұл жерде

$b=?$ $b=15$ (x,y) - x пен y тің

$c=?$ $c=20$ ең үлкен ортақ бөлгіші.

Шешуі: Яғни бұл жерде (b,c) ; (c,a) ; (a,b) сандарың ең үлкен ортақ бөлшегі берілген.

Мұнда $a=b=c$ болу мүмкіндігі жоғары. Бірақ:

(Мысалы: $a=4$; $b=2$; $c=7$ болса)

(4 + (3 = + = +)

(Мысалы: $a=x$ $(b=2x)$ $(c=4x)$ $c=4x$ $b=2x$)

$x+(2x,4x)=a.n.$

Мысалы: $a=2$ $b=10$ $(c=12)$ $c=20$)=

(5 + (21) = 3 + (35) =) $2+20=10+10=20=20$

5 + 16 = 3 + 20 = $12=20=22$

21 = 23

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Берілгені: $a_1, a_2, \ldots a_{2022}$ a_i, a_j $(i<j)$.
$a_i + a_j$; $a_i \cdot a_j$ және $|a_i - a_j|$ ішінен алынады.

Т/ж: қанша тақ сан жазып алуға болады.

Шешуі: Жалпы берілген сандар ішінде
1011 сан тақ сан болса, жазып алған сандардың ішінен ең көп дегенде 1000 және 500 сан тақ сан болуы мүмкін.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$.

Шешуі: Біз a және b сандары үшін кез келген нақты сан алатын болсақ, $a = 2$, $b = 4$ сандарын алсақ:

$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 4 + 5476 \cdot 4^2 \geq 5 \cdot 2 + 1364 \cdot 4 - 512 =$

$= 4 + 1128 + 87616 \geq 10 + 5456 - 512$

$1132 + 87616 \geq 5466 - 512$

$88748 \geq 4954$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1-тапсырма

Берілгені: ΔABC.

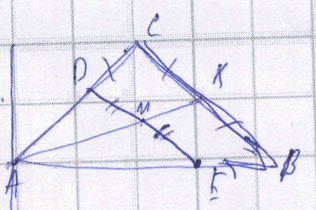
AK - биссектрисса

EM = DM

~~AB = AE~~

DC = CK = KB = BE

AB = AC ?



AK биссектрисса, E BCD үшбұрышының ішіне орналасқан. Екен берілген шарттың 1) жағдайы.

DC = CK = KB = BE кесіндісі тең 4 тең кесіндіге кесіндісінде тең болғанын анықтап, AK кесіндісі үшбұрыштың тең бөлігі тұрғызған дәлелді аламыз AB = AC болады.

2-тапсырма.

$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

берілген натурал сандар тең болған жағдайда екен шығады.

Мысалы: $a = 1, b = 1, c = 1$.

$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

$1 + (1,1) = 1 + (1,1) = 1 + (1,1) = 2,1$.

4-тапсырма

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 5/2$.

$a = 1$

$b =$

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 5/2$.

$142 + 5476 \geq 1364 - 507$

Ұ a жеке b сандарына қандай да бір әрекет ұласа болады.

сан дәлелдеу сол жақтағы

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3 $a_i + a_j$; $a_i \cdot a_j$; $|a_i - a_j|$. одың тақ сан - ?

тақ сандар: 1, 3, 5, 7, 9, 11...

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

1 + 2 = 3

3 + 4 = 7

5 + 6 = 11

7 + 8 = 15

9 + 10 = 19

2 + 3 = 5

3 + 4 = 7

4 + 5 = 9

5 тақ сан алынады.

Әбір 10 санның ішінде бір санды өзара 1-ге артық санға қосқанда шыққан саны тақ болады. Ал тақ санды өзара көбейтінді тақ сан беруі тұр

2022 − 1111 = 911 сан болады.

2022
1111
911

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Ал жеңіл көлігіндегі қыз тез бағанын анықтап,

Ал келісді: Үлгерушіні тез бөлін тұрғанын ұсынады

алсын. Яғни $AB = Ac$ болсын.

№2.

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

1) $1 + (2, 3) = 3, 3.$

$2 + (3, 1) = 5, 1$ ✗

2) ~~$1 + (3, 5) = 6, 5$~~

~~$3 + (5, 1) =$~~ ✗

3) $a + (b, c) = b + (c, a)$

$a - b = c, a - b, c$ ✗

$a = , 1 - 2 = 3, 1 - 2, 3$

~~$1 = 1, 1$~~

$b = 5$

4. $a^2 + 141ab + 547b^2 \geq 5a + 13 ab - 512.$

$a^2 + 141ab + 547b^2 - 5a - 1364b \geq 512.$

141

1 41

36

+ 8 46

4 2 8

507

~~$a^2 + 141ab - 5a + 547b^2 - 1364b \geq 512$~~

$a(a + 141b - 5) + b(547b - 1364) \geq 512.$

№2. $a + (b, c) = b + (a, c) = c + (a, b)$

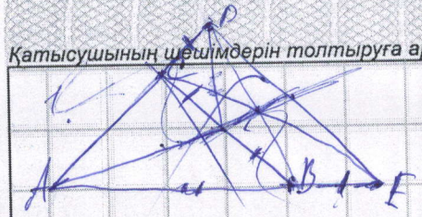
~~a~~ $a = 1$

$b = 1$

$c = 1$

$1 + (1, 1) = 1 + (1, 1) = 1 + (1, 1).$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ



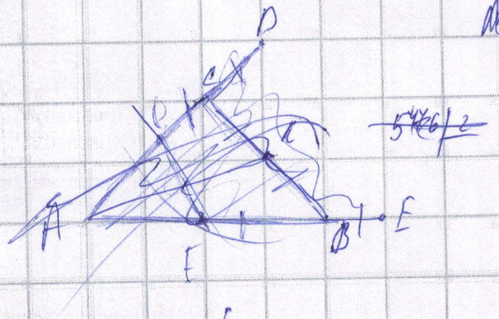
№3 $a_i + a_j$; $a_i \cdot a_j$; $|a_i - a_j|$

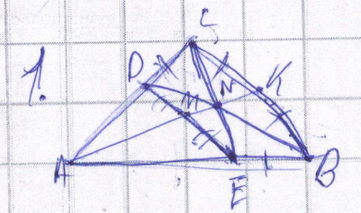
Тақ сандар: 1, 3, 5, 7, 9, 11 ....

№4:

~~$a^2 + 5 \cdot 6 \cdot b^2 = (a + \sqrt{5}\,b)^2$~~

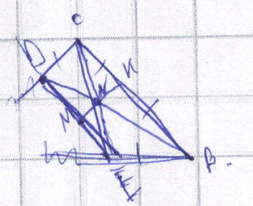
~~$5 \cdot 6 \mid 2$~~





$DC = CK = KB = BF$

AK - биссектриса. (Үшбұрыштың ~~тура~~ ортаңғы бөліп тұр)



$EM = DM$

$AB = AC$?

$EB = BK = CK = DC$ ~~тұз~~ кесінділері тең.

(яғни, ~~EB және KB кесінділері тең~~)

1-есеп шешуінің жолы: AK кесіндісі биссектриса,

$EBCD$ төртбұрышы үшбұрышқа іштей орналасқан

Есеп берілгені бойынша $DC = CK = KB = BF$ кесінділері тең.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

УКО УКО

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

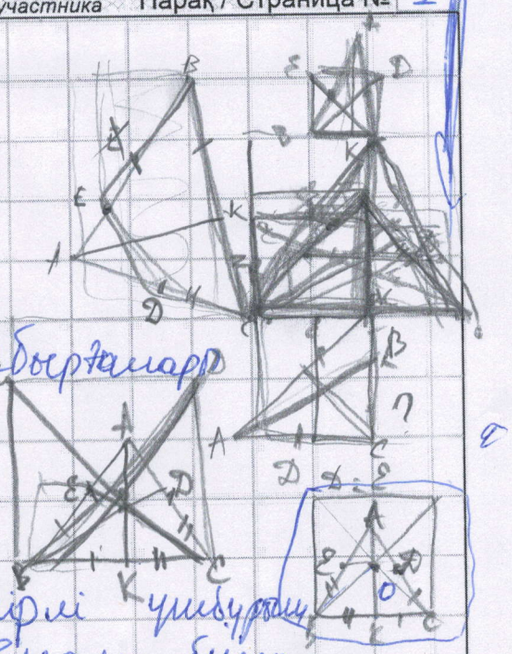
Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 1

5 Берілгені
$\triangle ABC$
AK - биссектриса
AB және AC с E, D
EB = BK $E \neq A$
CD = CK $D \neq A$
Дік AB = AC

$\triangle ABC$ - теңбүйірлі
AK = 1,5.
BE = CK = 0,5
$EC \cap BD = O$
AB = AC → үшбұрышты бүйір қабырғалары тең



Қалады: теңбүйірлі үшбұрыш
Қар теоремасы бұл
AB = AC.

2 $a + (b,c) = b + (c,a) + c + (a,b)$

$ab + ac = bc + ba$
$+ca + cb$

a = 1
b = 2
c = 3

1 + (6)
2 + 0 = 8
2 - 8
3 + 2 · 1
6 6 + 2 = 4 + 4

1 + (b,c) =
a = b = 2
c =

$4 + 4 \pm$
$2 - 8 \cdot 4 + 4 \pm$
$3(3 \cdot 2)$ 6 2 3
$2 + 2 \cdot 2) =$

2. $a + (b,c) = b + (c,a) + c + (a,b)$
x, y - ЕЖОБ
Тік a, b, c

6 $2 + 4$
$3 \cdot 3 + 3 \cdot 1$

a = b = c

$ab + ac = bc + ba \pm ca + cb \Rightarrow$ 2 санның a, b, c әріптері үшін орынды қойып тексеріп көру

Керек → $2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \pm 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 22 + 2 \cdot 2$,

Демек a = b = c. ЕЖОБ (1 : 2)

Жауабы: $a \neq b = c = 2$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3. $a_1, a_2, \ldots\ldots\ldots a_{2022}$

$a_i; a_j \ (i<j)$

$a_i + a_j$; $a_i \cdot a_j$, $|a_i - a_j|$

$(1+3)$ $(1\cdot 3)$, $|1-3| = 4, 3, 2$ (a_1, a_2)

$(5+7)$ $(5\cdot 7) = 12\ 35\ 2$

$a_1 = 1$ $a_3 = 5$

$a_2 = 3$

$d = 2$

$a_{2022} = \frac{a_1 + a_n}{2n}(n-1)d$

$|i-j| = 2$

Жауабы: Таңдалған сандардың көбейіндісі тақ болады, егер $a_1 = 1$ деп алынса, әлгі ортаңғы $a_2 = 3$ мүшелер тақ, бұдан барлық ең көп дегенде 1011 тақ сан болады

4 $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a=1$ $b=2$ деп алсақ, келесі мүше алынады:

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 5476 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512 =$

$1 + 282 + 21904$

$= 1 + 281 + 21904 \geq 5 + 10728 - 512 =$

$= 22187 \geq 10221$

$a^2 + 141ab + 5476b^2$ - қысқаша көбейту формуласы

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

~~Жауабы: $a=1$, $b=2$~~

$a^2 + 141 \cdot 2 \cdot 2$

$(a+b)^2 =$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$4a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512 \Rightarrow a^2 + 141ab + 5476b^2 -$

Қысқаша көбейту формуласы:

$(a^2 + 141ab)\ (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$ a, b -нің

Орнына мән қойсақ: $a = 1$ $b = 2$

Сонда:

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 5476 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$

$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 10728 - 512$

$22187 \geq 10221$

Жауабы: a, b орнында 1, 2 сандары болса онда бұл теңсіздік орындалады.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1 Берілгені

ΔABC

AK биссектриса

$AB \in \mathcal{E}$

$AC \in \mathcal{D}$

$EB = BC = BK$, $\mathcal{D} \neq \mathcal{M}$

$CD = CK$ $\mathcal{E} \neq A$

$\mathcal{D} \parallel K$ $AB - AC$

ΔABC теңбүйірлі

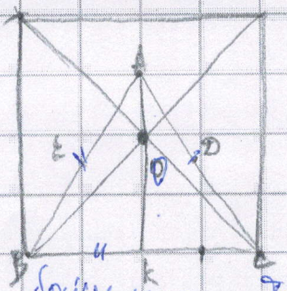
$AK = 2,5$

$BK = KC = 1,5$

$AC \cap BD = O$

$AB = AC \Rightarrow$ теңбүйірлі

үшбұрыштар теоремасы бойынша тең



Жауабы: $AB = AC$ теңбүйірлі үшбұрыштар теоремасын бұл бүйір қабырғалары яғни, $AB = AC$

2 $x * (b \cdot c) = b(c,a) = b(a,b)$

$ab + ac - bc + ba = ca\ cb \Rightarrow$ бұл өрнекке 2 санын қойып тексеру керек:

$2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \Rightarrow 8 = 8 = 8$

Яғни $a = b = c$, сонда a, b, c әріптерінің орнына бірдей сандарды қойсақ, өрнек шығады

Жауабы: $a = b = c$ $(0; \infty)$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3 $a_1; a_2 \ldots\ldots a_{2022}$ $a_1 = 1$

$a_i; a_j$ $(i<j)$ $a_2 = 3$

$a_i + a_j$, $a_i \cdot a_j$; $|a_i - a_j|$ $d = 2$

$a_i = a_1 \Rightarrow 1+3,\ 1\cdot 3;\ |1\cdot 3| = 4, 3; 2$

$a_2 = a_j$

Жауабы: алынған сандар — доғ ішінде ең кем, одында бірақ саны тақ. Себебі ортаңғы мүшелерінің қосындысы тақ сан.

4. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$ теңсіздіктің орнына яғни a, b айнымалыларының орнына 1 және 2 сандарын қойдық. Сонда:

$1^2 + 141\cdot 1\cdot 2 + 5476\cdot 4 \geq 5\cdot 1 + 136\cdot 2 - 512$

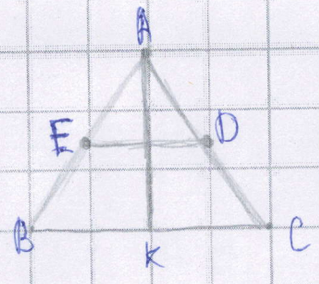
$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 10728 - 512$

$22187 \geq 10221$

Жауабы: a, b сандарының орнында 1; 2 сандары болса, онда бұл теңсіздік орындалады.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1



$\triangle ABC$
$AK \perp$
$AB, AB \to E, D$
$EB = BK, CD = CK$
$AB = AC - ?$

$AB = AC$ бір-біріне тең болғандықтан. Яғни $EB = DC$ бір-біріне тең. және $EBCD$ диагональдарының қиылысу нүктесі AK медианасында жатыр. Бұл белгілі әрқашан болмайды.

№2

$a|b, c| \le b(c, a) \le c(b, a)$
$a \le 2 \quad b \le 2 \quad c \le 2.$
$2 * 2 = 2 + |2| \le 2 + |2|.$
$4 = 4 \le 4.$

Ә: Әрбір бөліктер бір-бірінен тең болуы керек. Басқа ешқандай жағдайлар мүмкін емес!

№3.

$a_1; a_2; \ldots a_{2022}.$

Осы қатарда 2022 сан бар. Оның ішінде 1011 сан тақ сан. Яғни жартысы тақ сан болса, жартысы жұп сан болуы қажет.

Немесе.

$2020 \mid 5$ $\quad 2020 \mid 10 \over 20 \quad 202$ $\quad 2022 - 2020 = 2$ арасында 1 тақ сан.
-20
0

10 сандарда 5 тақ, 5 жұп сан болады.

$202 \cdot 5 = 1010 + 1 \le 1011$ тақ сан.

№4.

$a - ?$
$b - ?$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \ge 5a + 1364b - 512.$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

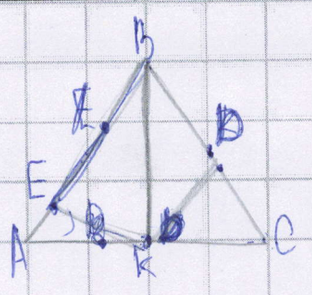
№1 ABC.

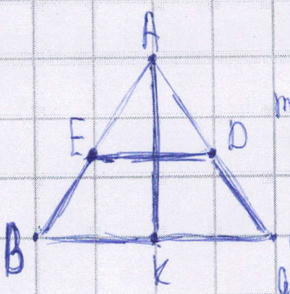
AK ⊥

AB, AC → E, D.

EB = BK; CD = CK

AB = AC. - ?





AB = AC бір-біріне тең екені тең бүйірлі. Себебі, EB мен DC бір-біріне тең. және EBCD диагоналы AK теңдеуін кесіп өтті.

№2

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$.

$2+(b,c) = b+(c,2) = c+(2,b)$.

$2+(3,c) = 3+(c,2) = c+2$.

№3

$(a+b)^2 = a^2$

100
60
30

№4.

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a=0 \quad b=0 \quad c=8$

№5

$2+(12) = 3+(4) =$

8 8 8.

$0+(8) = 8+(8,0)$

$a\ 2 \quad b\ 2 \quad c\ 2$.

$4+(4+0) = 4+4 = 1+4$.

$2+(2) = 2+2 = 2+2$.

$1+(b,c) = b+(c,1) = c+(1,b)$.

$1+7 = 7$

Барлығы бір-біріне тең сандар болуы қажет.

8 3(12)

1 2 3.

1(6) = 2(3) = 3(2)

7 = 5 = 5.

4. 345.

2(12) = 3(4)

13

456.

4(10) = 5(24)

29.

23 = 19.

2022 | 10 | 22,2

20

22

-20

20

-20

222 | 5 | 111

10

111

№3 111

2022

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10.

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 39 37 39 41 43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63 65 67 69 71 73 75

2022

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

2 задание

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

(x,y) НОД чисел x/y

К примеру

$1+(8)=$ $5+(2)=2\cdot2+5$

$11=7=7$

$a=5$

$5+(x,y)=(x+(y,5)=y+(x,5)$

$x\ 10$

$y\ 11$

Ответ

$a=2$

$2+(x,y)=x+(y,2)=y=(2,x)$

$a=3 \quad b=3 \quad c=3$

$3+(9)=3+(9)=3+(9)$

допустим $a=1$ $a\neq1$

$1+(x,y)=x+(y,1)=y+(1,x)$

$4+6=$

$x=2$

$y=3$

Ответ:

1) при условии, a, b, c = одинаковые натуральные числа

$a=1 \quad b=1 \quad c=1$

$a=2 \quad b=2 \quad c=2$

$a=3 \quad b=3 \quad c=3 \quad \infty)$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

9 15

36 = 15 5

4 задача

$a^2 + 141ab + 54766b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 141ab + 54766b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

$a^2 - 5a + 54766b^2 - 1364b + 141ab + 512 \geq 0$

$a(a-5) + b(54766 - 1364) + 141ab + 512 \geq 0$

$1(1-5) + 2(54766 \cdot 2 - 1364) + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 512 \geq 0$

$-4 + 17176 + 282 + 512 \geq 0$

верно > 0

$a^2 + 141ab + 54766b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$1 + 282 + 21924 \geq 5 + 2728 - 512$ V

$a(a-5) + b(54766 - 1364) + 141ab + 512 \geq 0$

слева коэф больше чем справа.

Если a и b в левой части стоят во 2 степени даже при условии что либо a либо b будут отрицательными это отразится только в правой части неравенства

Самый большой коэф стоящий с b неравенство прямопропорционально от b и в левой части всегда b > чем в левой из-за степени

(и по логике тоже совпадает)

Ответ: любые действительные подходят.

возьмем любые как числа 1, 2

$a = 1, b = 2$

1095^2

1364

2 8588

ab 17176

1600 1880

280 1924

24

21924

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3 зад. (задача)

$a_1, a_2, \ldots a_{2022}$ - натуральные числа

a_1, a_j при $i < j$ (по возрастанию индекса)

$a_i + a_j$

$a_i a_j$

$|a_i - a_j|$ (1,3) Натуральное число = 1 2 3 5 7 11 13, 17, 19, 23,

$1+3=4$ практически все натуральные числа = четные

$4 \cdot 3 = 3$

$|1-3| = 2$

a_{2022} натуральное число из которого четное только „2" $\Rightarrow$ 2021 = четное при любом числе.

7, 11 любое число подходит под условие

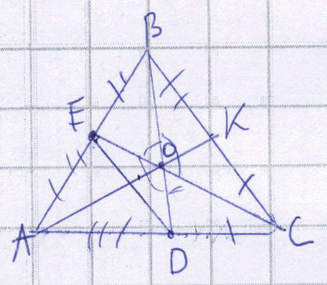
$7+11=18$ Ответ: 2022 числа натуральные и четно

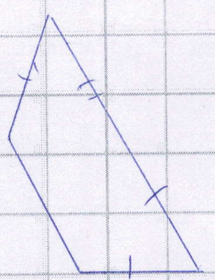
$7 \cdot 11 = 77$

$|7-11| = 4$ число „0" = четное

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1 задача





ке правильный и ромбы

180 : 2 = 90

BE = BK =

KC = CD

в точке

при условии что диагонали пересекутся => AE = AD

и сами треугольники ABC = равно бедренные AB = AC

EC и DB диагонали пересекутся только при параллельных точек E и D

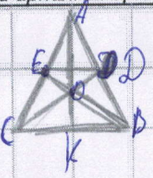
Ответ при правильном расположении E и D они будут перекаты на AK

и треугольник будет ромбом.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1) Дано: $\triangle ABC$, AK

Док-ть: $AB = BC$



Док-во: $E \in AC$, $D \in AB$; $CK = KB \Rightarrow EDCB$ - трапеция

Если AK : ABC на $\frac{1}{2}$ и если $EB \cap CD \in O$; $\Rightarrow$

$ECDB$ - равнобедренная трапеция, т.к у равнобед-й трапеции боковые стороны равны $\Rightarrow AB = BC$

2) $a + (b,c) = b + (c,a) = (+)a, b)$

$a = b = c = 1 \Rightarrow 1 + (1 \cdot 1) = 1 + (1 \cdot 1) = 1 + (1 \cdot 1)$ $2 = 2 = 2$ - равенство верно, если $a = b = c \Rightarrow a, b, c, \in$ любым N-ым

Допустим: $a = 1$ $b = 2$ $c = 3 \Rightarrow 1 + (2 \cdot 3) = 2 + (1 \cdot 3) = 3 + (1 \cdot 2) \Rightarrow 7 = 5 = 5$ - равенство неверно

Допустим: $a = 2$ $b = 3$ $c = 3 \Rightarrow 2 + (2 \cdot 3) = 3 + (2 \cdot 2) = 3 + (2 \cdot 2) \Rightarrow 8 = 7 = 7$ - равенство неверно

Вывод: когда $a = b = c$ равенство верно при любых нат. числах

3) $a_1, a_2, \ldots a_{2022} \in \mathbb{N}$

3.1) допустим $a_1 = 1$ $a_2 = a + 1 \Rightarrow a_2 = 2$.

при $a_i \cdot a_j = 1 \cdot 2 = 3$

$a_2 + a_3 = 5$

$a_3 + a_4 = 7$ и т. д. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $a_i = a_n = 1$ $a_2 = a_{n+1} = 2$; кол-во возмож-ных значений $\mathbb{N}$ чисел нечёт-х $= \infty$.

если $a_i = a_1 = 2$ $a_j = a_{n+1} = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $2 + 4 = 6$ $2 + 4 = 6$

$3 + 5 = 8$

$4 + 6 = 10$ $\Rightarrow$ кол-во возм. N-ых чисел $= 0$.

Вывод: при $a_i + a_j$, если a_i - нек. число, а $a_j = a_{n+нек.}$ или же a_i - чётн., а $a_j = a_{n+неч.} \Rightarrow$ кол-во возможных N-ых чисел $= 2021$.

3.2) при $a_i \cdot a_j$ $a_{i(n)} = 1$ $a_j = a_{n+1}$;

$1 \cdot 2 = 2$

$2 \cdot 3 = 6$

$3 \cdot 4 = 12$

и т. д.

при $a_j = a_{n+1}$

Кол-во нек. N чисел $= 0$

если $a_{i(n)} = 1$ $a_j = a_{n+1}$;

$2 \cdot 3 = 6$

$2 + 4 = 6$

если $a_i = a_n$

$1 \cdot 3 = 3$ $a_j = a_{n+2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $2 \cdot 4 = 8$)1

$3 \cdot 5 = 15$

$4 \cdot 6 = 24$)2

$5 \cdot 7 = 35$

и т. д.

Следуя: если $a_i = n$ $a_j = n + 2$

то кол-во н. N чисел $= 2021$.

3.3) при $|a_i - a_j| - a_{i\phi} = 1$ $a_j = a_{n+1}$

$|1 - 2| = 1$; $|2 - 3| = 1$, $|3 - 4| = 1$.

Кол-во н-х N чисел $= 1$

при $a_i = a_n = 1$ $a_j = a_n + 2$;

1) $|1 - 3| = 2$ $|2 - 4| = 2$ и т. д. $\Rightarrow$

кол-во н. N чисел $= 0$.

$\Rightarrow$ если $a_j = a_n + b$; при $b =$ неч. $\Rightarrow$ кол-во нечет. $= 1$.

3.4) Кол-во N-ых чисел возможных 1011.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4) $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$. 1) Пусть $a=1$ $b=1$ $\Rightarrow 1+141+5476 \geq 5+1364-512 \Rightarrow$

$\Rightarrow 142+5476 \geq 1368-512 \Rightarrow 5618 \geq 856$ – неравенство верно

2) Допустим: $a=2$ $b=4$, тогда: $4+141\cdot(-2)+5476\cdot 16 \geq 10+1364-512 \Rightarrow -278+87616 \geq 1934 \Rightarrow$

$\Rightarrow 86538 \geq 1834$ неравенство верно.

3) Допустим $a=2$ $b=-4$ тогда: $4+141\cdot 2\cdot(-4)+5476\cdot 16 \geq 10+(-4)\cdot 1364-512 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1124+87713 \geq 10+(-5456)-512 \Rightarrow 88837 \geq -5958$ – неравенство верно

4) Допустим: $a=-2$ $b=3$ тогда: $4-846+49284 \geq -13276-522 \Rightarrow 48442 \geq -13798$

неравенство верно.

Вывод: при любых значениях a и b неравенство $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$ будет справедливо.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1 Дано: $\triangle ABC$, AK - медиана.

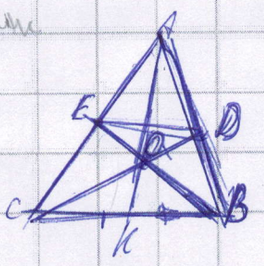
Док-ть: $AB = AC$.

Решение: $E \in AC$

$D \in BA$.

$CK = KB$.

$EDCB$ - трапеция. Если AK - ABC по полам и если диагонали трапеции пересекаются в точке $O \in AK$; значит $ECDB$ - равнобедренная трапеция. => что $EC = DB$ а значит $AB = BC$



4) допустим: $a = -2$ $b = -3$. тогда.

$4 + 141 \cdot 6 + 9 \cdot 5476 \geq -10 + (-1366) - 512 =$

$\Rightarrow 840 + 49284 \geq -1512 - 512 \Rightarrow$

$\Rightarrow 50124 \geq -13798 \Rightarrow$ неравенство верно.

значит если $a = b$ будут одного знака то и знаки $(-a)$ неравенство будет верно

2) $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$ Найти будет делитель $(x; y)$

$b = b = c = 1$ т.к. $1 + (1; 1) = 1 + (1; 1) = 1 + 1; 1) = 2$ или $2; 1$.

$a =$

1) неравенство верно, если $a = b = c$, а значит если $a = b = c = N$

$b =$ значит пока $a = b = c = \infty$ - натуральное число.

$c =$ 2) допустим $a = 1$ $b = 2$ $c = 3 \Rightarrow$ 3) $a = 2$ $b = 2$ $c = 3$ $= 2 + (2 \cdot 3) = 2 + (2 \cdot 3) = 3 + (2 \cdot 1)$

$\Rightarrow b = b \neq 7 \neq 0$

$\Rightarrow 1 + (2 \cdot 3) = 2 + (1 \cdot 3) = 3 + (2 \cdot 1) \Rightarrow 7 = 5 = 5 \neq 0$ - ложь

кроме первого а значит $a \neq 1$ $b \neq 2$ $c \neq 3$.

4) $a = b = c = 3$.

$3 + (3 \cdot 3) = 3 + (3 \cdot 3) = 3 + (3 \cdot 3) \Rightarrow 9 = 9 = 9$ - верно

Ответ: пока $a = b = c$ если могут быть равны любым натуральным числам

3) $a_1; a_2 \ldots a_{2022}$ - натуральные $a_i; a_j$ при $i < j$ выполняется $a_i + a_j; a_i \cdot a_j = |a_i - a_j|$

допустим: $a_1 = 1$. $a_2 = a_1 + 1 \Rightarrow a_2 = 2$.

при $a_i + a_j = 1 + 2 = 3$

$a_2 + a_3 = 2 + 3 = 5$

$a_3 + a_4 = 3 + 4 = 7$ $i = n$ $j = n + 1$.

при $a_i + a_j$ кол-во возможных значений натуральных чисел $= 2021$

1 2 3 4 5

1 3

при: $a_i; a_j$

$a_1 a_2 = 2$

$a_2 a_3 = 6$

$a_3 a_4 = 12$

$a_4 a_5 = 20$

при $a_i = a_n$ $a_j = a_{n+1}$ $a_i; a_j$ натуральных нет.

$\times 5476$
$1 \cdot 6$
32853
$+5476$
87713

81589

4) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 13646 - 512$

Пусть $a = 1$ $b = 1$. $\Rightarrow 1 + 141 + 5476 \geq 5 + 13646 - 512 \Rightarrow 142 + 5476 \geq 13639 - 512 \Rightarrow 5618 \geq 13127$ - неравенство верно.

1334
$+ 1122$
2456

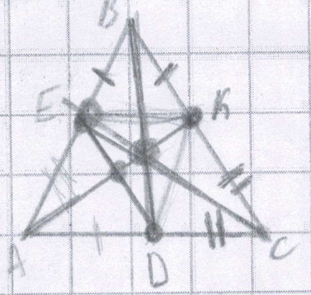
Допустим: $a = -2$ $b = 4$. Тогда $= 4 + 141 \cdot (-2) \cdot 4 + 5476 \cdot 16 \geq -10 + 13664 \cdot 4 - 512 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4 + (-1128) \geq 2456 - 512 \Rightarrow -1124 \geq 1534$ - неравенство неверно $\Rightarrow$ что если одна из переменных будет отрицательна то неравенство будет неверно. Пока a и b являются положительными неравенство будет верно.

$2022 / 2 = 1011$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1



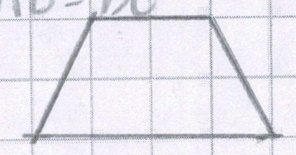
Дано: $\triangle ABC$, AK, $EB = BK$, $CD = CK$

Найти: $AB = AC$

Решение:

$EBCD$ – параллелограмм $\Rightarrow$

$\triangle ABC$ – равносторонний $\Rightarrow AB = BC$



№2

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№4

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2$

$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2$

$(a+76b)^2$

$a^2+152ab-11ab+5776b^2-300b^2 \geq 5a+1364b-512$

$(a^2+152ab+5776b^2)-11ab-300b^2 \geq 5a+1364b-512$

$(a+76b)^2-11ab-300b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512 \geq 0$

$=0$

$a(a+141b-5)+5476b^2-1364b+512=0$

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 0$

$5a+1364b-512 \geq 0$

$a(a+141b)+5476b^2$

$5a+1364b-512$

$(a+76b)^2=11ab-300b^2-5a-1364b+512 \geq 0$

$(a+76b)^2=b(11a+300b+1364)-5a+512 \geq 0$

$a^2+152ab-11ab+5776b^2-300b^2-5a-1364b+512 \geq$

$a(a-5)+b(152a-11a+5776b-300b-1364)+512 \geq$

$(a-b)(a+b)=a^2+b^2$

$a^2+5476b^2+141ab \geq 5a+1364b-512$

$(a-5476b)(a+5476b)+141ab \geq 5a+1364b-512$

$a^2+5476ab-5476ab-(5476b)+141ab \geq 5a+1364b-512$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

УКО УКО

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2 = 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512=0$ ~~$:b$~~ ~~$:a$~~

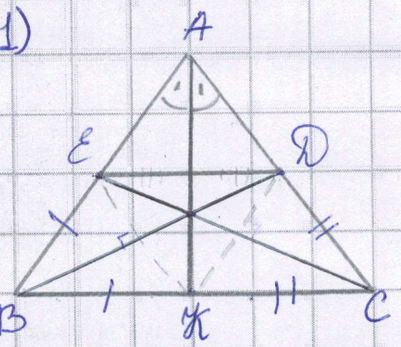
~~$(a^2b+141ab^2+5476b^3-5ab-1364b^2+512b)$~~

~~$\left(a+\frac{141ab}{a}+\frac{5476b^2}{a}-5-\frac{1364b}{a}+\frac{512}{a}\right)$~~

№3.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1)



$\triangle ABC$ - үшбұрыш
AK - биссектриса
$EB = BK$
$CD = CK$

$EBCD$ төртбұрышының диагональдарының қиылысу нүктесі фигураның ішінде орналасады.

$AK \to ABC$ үшбұрышының биссектрисасы, яғни ол бұрышты тең бөледі.

$EB = BK = CK = CD$ яғни AK биссектрисасы BC-ны әрдей екі бөлікке бөліп тұр.

Яғни, $l = m = h$ болып табылады. AK биссектрисасы биіктік пен медиананың орнын ойнай алады. Яғни $AB = AC$.

ABC үшбұрышы теңбүйірлі болып табылады.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

2) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

(x,y) – x пен y сандарының ЕКОБ.

$a=$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3) $a_1, a_2, \ldots a_{2022}$ – натурал сандар

$a_i ; a_j \ (i<j)$ $a_i + a_j$; $a_i a_j$; $|a_i - a_j|$

a_i мен a_j кез келген сандар.

Мысалы, 1978 сана мен 1 алайық. Сонда,

$a_i + a_j = 1978 + 1 = 1979$ (4 сан тақ) $a_i = 1$

$a_i \cdot a_j = 1978 \cdot 1 = 1978$ (3 сан тақ) $a_j = 1978$

$|a_i - a_j| = |1 - 1978| = 1977$ (4 сан тақ).

немесе $a_i = 1889$, $a_j = 1999$ деп алсақ $a_i = 3$

$a_j = 6$

$a_i + a_j = 1889 + 1999 = 3888$ (1 тақ сан) $a_i + a_j = 9$ (тақ)

$|a_i - a_j| = |1889 - 1999| = 110$ (2 тақ сан) $|a_i - a_j| = 3$ (тақ)

$a_i a_j = 1889 \cdot 1999 = 3\,777\,111$ (7 тақ сан) $a_i \cdot a_j = 18$ (жұп)

Жауабы: ең көп дегенде 7 тақ сан қолданылады.

Егер де, a_i – тақ сан болып, ал a_j – жұп сан болса ғана $a_i + a_j$ мен $|a_i - a_j|$ өрнегінің мәні тақ сан болып табылады.

$\frac{2022}{2} = 1011$ 1011 сан тақ, ал 1011 сан жұп.

+0

Егер екі санды да тақ қылып алсақ онда тек a_i өрнегінің жауабы ғана тақ болады.

$\frac{1012}{2} + 1 = 506$ сан ?

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№4

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

a, b нақты сандар. Сонымен қатар теңсіздік "$\geq$" - деп берілген. Яғни, қандай сан алсақта теңсіздік дұрыс болып табылады.

Мысалы, a мен b орнына 0-ді қойып көрейік

$0^2+141\cdot 0\cdot 0+5476\cdot 0^2 \geq 5\cdot 0+1364\cdot 0-512$

$0 \geq -512$

a^2 мен b^2 болғандықтан ол әрдайым оң сан болады $a^2\cdot b^2>0$

Яғни, минус сандарды, алған кезде де теңсіздіктің бірінші жағдайда оң мән шығады, ал екінші жағдайда теріс мән шығады.

Мысалы: $a=-2$ $b=-1$

$4+282+5476 \geq -10-1364-512$

Бірін "$-$", екіншісін "$+$" сан ретінде алған кезде!

$a=2$ $b=-1$

$4-282+5476 \geq 10-1364-512$

Яғни a мен b кез келген мәнінде теңсіздік дұрыс болып табылады.

a мен b $(-\infty;+\infty)$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1 есеп

Берілгені:

$\triangle ABC$

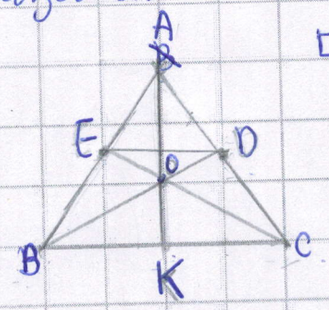
AK биссектриса

$EB = BK$

$CD = CK$

$AB = AC$ дәлелде.

Сызбасы:



Шешуі:

$\square EBCD$ диагональдары AK түзуінде қиылысады X.

$AE = AD \Leftarrow EB = DC \Rightarrow EB = BK \Rightarrow DC = CK$

$EB = BK$; $CD = CK \Rightarrow AE = AD \Rightarrow$

$AE = AD \Rightarrow EB = DC \Rightarrow$ болса,

$AB = AC$.

№2 есеп.

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$. (x,y): x және y ∈ ЧОБ

a, b, c – натурал.

натурал сандар: 1; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 31...

$a=3$ $b=5$ $c=7$; $a=1$; $b=3$; $c=4$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ТӘЖІРИБЕЛІК ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ МЕКЕМЕСІ

УКО УКО

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 2

Черновик

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ (x,y) = ж.е.к. x және y

Қойылған бірақ, қалай натурал сандарда ЕЖОБ болады?

a,b,c - натурал сандар

$7+(5,3)=5+(3,7)=3+(7,5)$

$7+15=5+21=3+35$

$14+15=3+5=5+3$. $22=26=38$

$(9,10,8)$

$(7,11,13)$ -

$7+(11,13)=11+(13,7)=13+(11,7)$

$7+143=11+91=13+77$

$1,3,5$

$1+(3,5)=5+(3,1)=$

$=5+(10,3,1)$

$1+15=5+13=3+3$

$6+8=6$.

$17+(11,13)=13+(11,17)$:

$17+143=13+187=11+221$

$11,5,3$

$11+35=7+55=5+77$.

$49=52=82$.

$58=38=26$.

$3+(5,11)=(11,3)=(5,3)$

$11,5,7$

$160=190=232$

$4,2,3$.

$4,2,6$

$2+12$.

$4+12$.

$6+12$.

$2+24$.

$1,5,7$

$1+35$.

$5+$

$4+28$.

$2+$

$4+30=34$

$2+$

$4+36=40$

$2+$

$4+42=46$.

$2+44=$

$(1,3,6)$.

$4+12$.

$3+24$

$6+$

a^2+xab

$a^2+ab+b^2=(a+b)^2$.

2792

-236

2556

$1,7,5$.

$1+35=7+5=$

$=5+7$.

$1,3,5$.

$3,7,11$

$=11+63=$

$=74$

$1+15=5+3=3+5$.

$1,7,5$.

$7,5,3$

$11,5,3$

$3+(11,5)=14$

$=14$

56

5476

423.

1246

846

400

282.

$1.8.2$

2190

1120

192.

$4^2-14(4\cdot2)+5476:2^3=16-128+21904=-112+21904=20792=20792$

$4+36=40$

$5\cdot4+1364\cdot2-512=20+728-512=748-512=236$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3 есеп

$a_1; a_2; \dots a_{2022}$ - натурал сандар

$a_i; a_j$ $(i \neq j)$ $a_i + a_j; a_i a_j$ және $|a_i - a_j|$

егер, a_{2022} : $a_i; a_j$ $(i > j)$ екенін $a_i + a_j; a_i a_j; |a_i - a_j|$

екенін, тақ сандар саны, 1214.

№4 есеп

$a^2 + 141ab + 547 6b^2 \geq 5a + 1364b - 512$. $a^2 + ab + b^2 = (a+b)^2$.

$(a;2)$ $42 - 141(4 \cdot 2) + 547 6(2^2) = 16 - 1128 + 21904 = -1172 + 21904 = 20792$.

$5 \cdot 4 + 1364 \cdot 2 - 512 = 20 + 728 - 512 = 748 - 512 = 236$. $20792 - 236 = 20556$

$20 + 92 \geq 236$

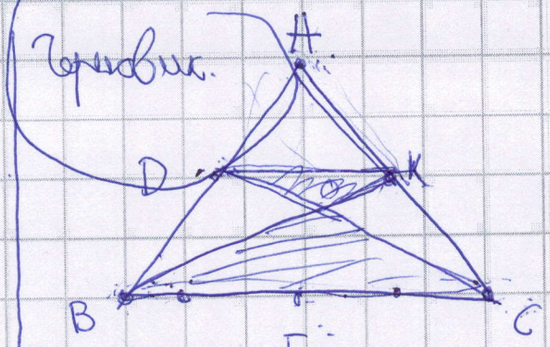
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1

Бер: ABC → үшбұрыш
AK → биссектриса
$D(E \neq A;$
$D \neq A)$

$\begin{cases} EB = BK \\ CD = CK \end{cases}$

Сурет.



$D = K$

т/к: $AB = AC$ - ?

$BDD = CK$ ○ $EB = BK$ $B = C$
$A \neq E$ $CD = CK$ → тең.

дәлелдеу керек:

4. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$

$(a+b) = (a+b)(a+b) + a$ $y = a+b.$

$a^2 + 141ab + 5a = 141ab +$
$5476b^2 + 1364b = 512$

2.

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$ $146ab^2 - 698\frac{13}{ab}$

$4 + (6, 8) = 6 + (8, 4)$ a, b, c - ?

58. 36.

$(x, y) - x$

y → ең үлкен ортақ бөлгені.

$2 + (4 + 6) = 4 + (6 \cdot 2) = 6 + (2 \cdot 4)$

$2 + (24) = 4 + (12) = 6 + (8)$ $(x; y)$

$26_2 = 16_3 = 14.$ > 2 натурал $(16, 26, 16)$.

$58 = 36 = 36$

x y

n сан / натурал сан.

$a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$ → натурал сан

$a_i; a_j$ $(i < j)$ j

$a_i + a_j;$ $a_i a_j$

$|a_i - a_j|$

мақ сан - ?

a_{2022} - мақ

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25,
27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43.

мақ сан = 43 жолақпен алмасу.

42748674694 2.

a_{2022} - мақ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

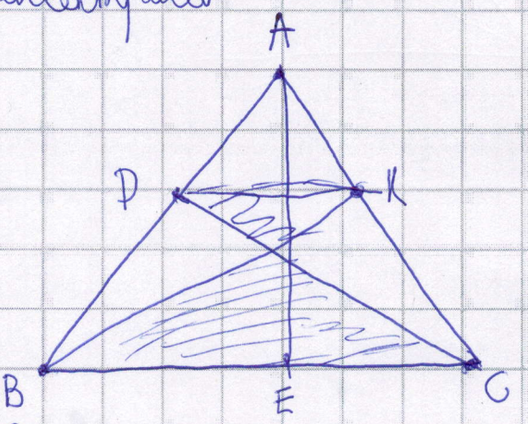
1.

Берілгені: ABC → үшбұрыш

AK → биссектриса

$D(E \neq A)$

$(D \neq A)$



д/к: $AB = AC$ - ?

$EB = BK$

$CD = CK$

$B = C$

$\angle ABC$ үшбұрышы берілген. AK - биссектриса.

AE түзу. ~~DC-тың~~, BC - нүкте; $KB = DC$;

$D = K$; $E \neq A$.

$\triangle BDO = \triangle CKO$

2.

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$.

a, b, c - ?

$(x, y) - x$; y → ең үлкен ортақ бөлгіш.

$2 + (4, 6) = 4 + (6, 2) = 6 + (2, 4)$

$2 + (2^2 \cdot 4) = 4 + (2 \cdot 3) = 6 + (8)$

$26 = 16 = 14$.

(x, y)

$(26; 16)$

$2 + (8, 4) = 8 + (4, 2) = 4 + (2, 8)$

$34 = 16 = 22$

$34 : 2 = 17$

$22 : 2 = 11$

$17 - 11 \rightarrow$ ортақ

$34 - 22 \rightarrow$ ортақ сан.

$X = y$.

$(x; y) = (34; 22)$

$(x, y) = (26; 16)$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик.

4. $a^2 + 141ab + 54766^2 \geq 5a + 13646 - 512$

$ab - ?$

$a^2 + 5a \geq 54766^2 + 13646 \geq 141ab - 512$

$6 \geq 6740 \geq -429$

$6 \cdot 429 = 6740$

$2574 = 6740$

$6740 - 2574 = 2566$

(2) $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$2 + (8, 4) = 8 + (4, 2) = 4 (2 + 8)$.

$34 = 16 = 22$.

$x = y$ → орындау.

$34 : 2 = 17$

$22 : 2 = 11$

$17 - 11$ → жай сан

$34 - 22$ → құрам сан.

$a^2 + 141ab + 54766^2 \geq 5a + 13646 - 512$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, ... → 2022 - жатуры сан болса.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3.

$a_1, a_2 \dots a_{2022}$ → n (натурал сан)

a_i, a_j $(i < j)$ → $a_i + a_j$ → $|a_i - a_j|$

мақ сан – ? (ең кем).

1-2022 - сандар ал натурал сандар.

3, 5, 7, 9 ... → тақсандар қарастырамыз – 43.

4. $a^2 + 141ab + 54766b^2 \geq 3a + 1364b - 512$

$a^2 + 5a \geq 54766b^2 + 1346 \geq 141ab - 512$

$b \geqslant 6740 \geqslant -429$.

$5 \cdot 429 = 6740$

$2574 = 6740$.

$54766b^2 + 1364b = 512$.

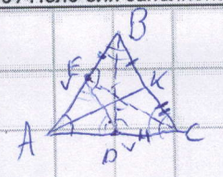
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1) Дано: $\triangle ABC$

AK - биссектриса

$FB = BK$

Доказать, что $AB = AC$



$FBCD$ - трапеция $\Rightarrow \angle B = \angle C \quad \angle F = \angle D$

так как $BC \parallel FD$

A - вершина

BC - основания

$FB = DC \Rightarrow BK = KK$ ABC - равнобедренный $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = AC$ так как $\triangle ABC$ - равнобедренный

2)

$a + (b \cdot c) = b + (c \cdot a) = c + (a, b)$

$a + (b \cdot c) = b + (c \cdot a)$ $\quad$ $b + (c \cdot a) = c + (a \cdot b)$

$a + bc - b - ca = 0$ $\quad$ $b + ca - c - ab = 0$

$a - ca - b + bc = 0$ $\quad$ $b - ab - c + ca = 0$

$a(1-c) - b(1-c) = 0$ $\quad$ $b(1-a) - c(1-a) = 0$

$(1-c)(a-b) = 0$ $\quad$ $(1-a)(b-c) = 0$

$\begin{cases} 1-c=0 \\ a-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a=b \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} a=1 \\ b=c \end{cases}$

Ответ: $a = b = c = 1$

3) $a_1; a_2; \dots; a_{2022}$ - натуральные

пара	a_i; a_j	$i<j$	$a_i + a_j$	$a_i \cdot a_j$	$\lvert a_i - a_j \rvert$	
1 пара	1; 2	$1<2$	$1+2=3$	$1 \cdot 2 = 2$	$\lvert 1-2 \rvert = \lvert -1 \rvert = 1$	чет, нечет
2 пара	3; 4	$3<4$	$3+4=7$	$3 \cdot 4 = 12$	$\lvert 3-4 \rvert = 1$	1011 пар с 2 нечетными
пара	2; 4	$2<4$	$2+4=6$	$2 \cdot 4 = 8$	$\lvert 2-4 \rvert = 2$	чет + чет = 0 нечетных с
пара	3; 5	$3<5$	$3+5=8$	$3 \cdot 5 = 15$	$\lvert 3-5 \rvert = 2$	505 пар с 1 нечет $\Rightarrow$
пара	7; 9	$7<9$	$7+9=16$	$7 \cdot 9 = 63$	$\lvert 7-9 \rvert = 2$	

$\Rightarrow 2022 + 505 = 2527$ нечетных

Ответ: 2527

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$a+(b\cdot c)=b+(c\cdot a)$

$a+bc=b+ca$

$a+bc-b-ca=0$

$a-ca-b+bc=0$

$a(1-c)+b(-1+c)=0$

$a(1-c)-b(1-c)=0$

$(1-c)(a-b)=0$

$\begin{cases}1-c=0\\a-b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=1\\a=b\end{cases}$

$b+(c\cdot a)=c+(a\cdot b)$

$b+ca-c-ab=0$

$b-ab-c+ca=0$

$b(1-a)-c(1-a)=0$

$(1-a)(b-c)=0$

$\begin{cases}1-a=0\\b-c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=c\end{cases}$

$a=b=c=1$

4) $a^2+141+5476b^2\geq 5a+1364b-512$

$141\cdot 141$

$+141$

564

141

19881

$5476\cdot 4=$

24

28

16

20

21904

$\left(a^2+141+5476b^2-5a-1364b-512\geq 0\right)$

$\left(a^2-5a+5476b^2-1364b+141-512\geq 0\right)$

$a(a-5)+1364b(4b-1)-371\geq 0$

$a(a-5)(4b-1)+371(3716-1)$

$a^2+141ab+5476b^2\geq 5a+1364b-512$

$a^2-5a+5476b^2-1364b+141ab-512\geq 0$

$a(a-5)(1364b-1)+141ab-512\geq 0$

$a(a-5)(4b-1)+4(341b-128)+141ab\geq 0$

$5476\,|\,1364$

4

1364

$141-512$

$-(512-141)$

-371

$141/3$

47

$1364/4$

341

$(4b-1)(3716-1)$

$4(341b-128)$

$512/2$

$256/2$

128

$1364/2$

$682/2$

341

$a_i=b_i$

2022 числа

1011 пачки

1011 карточек

если + пара чет и нечет

1; 2

1+2=3

1·2=2

1-2=-1

2 числа

3+4=7

3·4=12 2 числа

3-4=-1

4 карточки

2 пар

2=20
22 числа

4 карточки

5476 | 4

1364

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

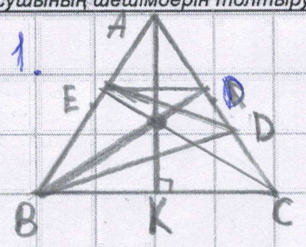
VKO VKO

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

1.



Бер: AK - биссектриса

$EB = BK$, $CD = CK$

Д/к: $AB = AC$

Д/ұ: $\angle AKB = 90^\circ$

$\angle AKC = 90^\circ$

$\angle AKB = \angle AKC$

$\angle ACK = \angle ABK$

$BK = KC$

$EC = DB$

2. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$(b, c) = bc$

$$a + \frac{bc}{b} - \frac{bc}{c} - b + \frac{ca}{a} - \frac{ca}{c} - c + \frac{ab}{a} - \frac{ab}{a} = 0$$

$$a + c - b - b + c - a - a + a - a = 0$$

$$-3b + c + a = 0$$

$$c + a = 3b$$

$a = 1$	$a = 1$	$a = 2$
$b = 1$	$b = 2$	$b = 1$
$c = 2$	$c = 1$	$c = 1$

3. $a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$ $\quad a_i, a_j \ (i < j)$

$a_i + a_j$, $a_i a_j$, $|a_i - a_j|$

Жауабы: $1011 + 1011 + 1011 = 3033$ сан тақ болады

a_{2022} санының ішінен барлығы тақ немесе жартысы тақ болуы мүмкін.

1) $a_i + a_j =$ бүтін болады

$a_i a_j =$ барлық жағдай тақ болады (1011)

$|a_i - a_j| =$ барлық жағдай жұп болады

2) $a_i + a_j =$ барлық жағдай тақ болады (1011)

$a_i a_j =$ барлық жағдай жұп болады

$|a_i - a_j| =$ тақ болады (1011)

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

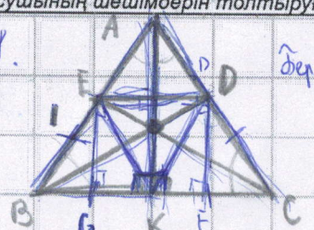
4. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b + 512$

$(a^2 + 141ab + 4970{,}25b^2) - 4970{,}25b^2 + 5476b^2 \geq 5a + 1364 + 512$

$(a + 70{,}5b)^2 + 505{,}75b^2 \geq 5a + 1364b + 512$

$(a + 70{,}5b)^2 \geq 5a + 1364b + 512 - 505{,}75b^2$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1. 

Дәл: AK - биссектриса, EB = BK, CD = CK

EBCD - төртбұрыш

D/k: AB = AC, EB = BK, CD = CK, ∠EBK = ∠DCK

D/yi: ∠AKC = 90°, BK = KC

∠AKB = 90°, △BEK = △CDK

AB = AC

2. $a + \sqrt[3]{(b,c)} = b + \sqrt[3]{(c,a)} = c + \sqrt[3]{(a,b)}$

$a + bc = b + ca = c + ab$

$a + bc - b - ca = c - ab = 0$

$a - c - ab = 0$

$c = ab$: ab

$a + \frac{bc}{b} - \frac{ba}{a} - b + \frac{ca}{c} - \frac{ca}{c} - c + \frac{ab}{b} - \frac{ab}{a}$

$a + c - b - b + c - a - c + a - b = 0$

$c + a = 3b$ $\quad -3b + c + a = 0$

$a=1, b=1, c=2$ $\quad a=1, b=2, c=1$ $\quad a=2, b=1, c=1$

3. $a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$

$a_n = a_1 + (i-1)d$

$a_i, a_j \ (i < j)$ a_{2022}

$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < \ldots < a_{2022}$

$a_i + a_j$ $\quad a_i \cdot a_j$, $|a_i - a_j|$ $\quad a_{2022} = a_1 + 2021d =$

$a_{2022} = 1011$ - max

$1516 + 1011 + 2022 = 1516 + 4044 = 5560$

$a_i = a_1 + (i-1)d \quad a_j = a_1 + (j-1)d$

$a_1 + di - d \cdot a_1 + dj - d$

$a_1 + (i-1)d + a_1 + (j-1)d = 1$

$2a_1 + di - d + dj - d = 1$

$2a_1 + di - 2d + dj = 1$

$2a_1 + di - 2d + dj$

4. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

$(a^2 + 5476b^2) + 141ab - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

$(a^2 + 141ab + 5476b^2) - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

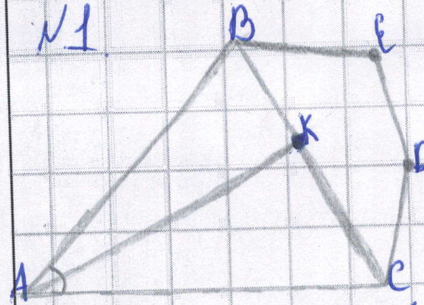
$(a + 70,5b)^2 + 505,7b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$(a + 70,5b)^2 + 505,7b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

$(a + 70,5b)^2 \geq 5a + 1364b - 512 - 505,7b^2$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1.



Берілгені:
ΔABC бісе = AK.
$E \neq A$; $D \neq A$.
$EB = BK$, $CD = CK$.
EBCD $\perp AK$ болса, $AB = AC$ - ?

Шешуі: EBCD қимасы кіктеі AK биссектрисасында жатыр. $BK = CK$.
$AK = AC = AB$

Жауабы: $AB = AC$.

№2.

$a + (b;c) = b + (c;a) = c + (a;b)$

a, b, c - ?

(x, y) - x және y - ЕҮОБ.

$a = b = c$.

$(\overset{8}{b}; \overset{4}{c}) = (\overset{4}{c}; \overset{12}{a}) = (\overset{12}{a}; \overset{8}{b})$
$\quad 4 \qquad\quad 4 \qquad\quad 4$

$a = 12$; $b = 8$; $c = 8$.

$12 + (8,4) = 8 + (4; 12) = 4 + (12; 8)$

(a) $12 = (b)\,12$

(b) $8 = (c)\,8$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3.

$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$.

a_i, a_j $(i < j)$ $a_i + a_j$, $a_i a_j$, $|a_i - a_j|$

$1 + a_j$ = тақ егер a_j = жұп.

яки $a_1 + a_2$ = тақ.

$a_2 + a_3$ = тақ.

тақ цифрлар 1; 3; 5; 7; 9. жұп цифрлар 2; 4; 6; 8

$5 > 4$.

$2022 : 2 = 1011 + 1 = 1012$

Жауабы: ең көп дегенде 1012 тақ сан болады.

№4.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$.

$b = 1$.

$a^2 + 141a + 5476 \geq 5a + 1364 - 512$

$a^2 + 141a - 5a + 5476 - 1364 + 512 \geq 0$

$a^2 + 136a + 4624 \geq 0$ егер $a^2 + 136a + 4624 = 0$.

$D = b^2 - 4ac = 136^2 - 4 \cdot 4624 = 18496 - 18496 = 0$.

$D = 0$ 1 түбір.

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-136}{2} = -68$.

сонда $b = 1$. $a = -68$.

$(-68)^2 + 141 \cdot 1 \cdot (-68) + 5476 \cdot (1)^2 \geq 5 \cdot (-68) + 1364 \cdot 1 - 512$.

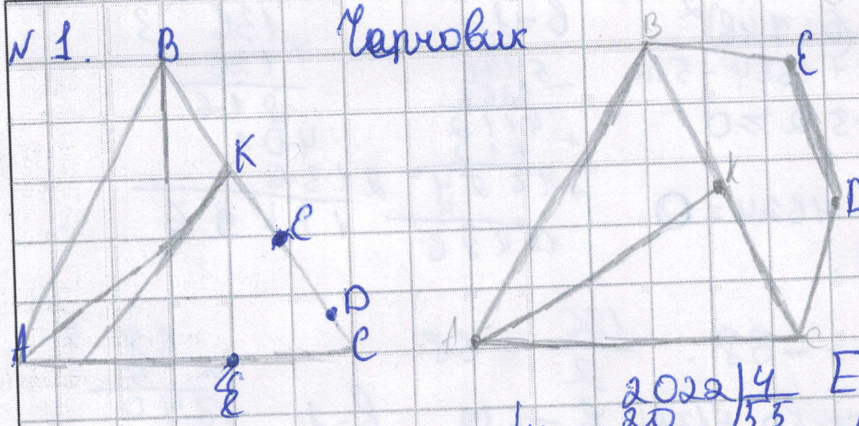
$4624 - 9588 + 5476 \geq -340 + 1364 - 512$.

$512 \geq 512$

Жауабы: $512 \geq 512$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№ 1. Чертеж



Берилген:
ΔABC
D бис - AK.
$E \neq A$, $D \neq A$.
$EB = BK$, $CD = CK$.
EBCD I AK
$AB = AC$ - ?

2022 | 4
20 | 505
022
20
2

№ 4.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$. $a = 1$.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 = a +$

$(a + 74b)^2 = a^2 + 141ab + 5476b^2$.

$a(a + 141b) + 5476b^2$

$(a + 74b)^2 \geq 5a + 1364b - 512$.

$1 + 141b + 5476b^2 \geq 5 + 1364b - 512$.

$141b - 1364b + 5476b^2 \geq 5 - 512$.

$5476b^2 - 1223b + 507 \geq 0$.

$D = b^2 - 4ac = 1223 - 507 \cdot 4 \cdot 5476 =$

$1 + 141b - 1364b + 5476b^2 - 5 + 512$

$5476b^2 - 1223b + 507 \geq 0$

$b^2 - 1223 + 2781788 = 0$

$b_1 = 2275$

$b_2 = 1223$

$b_1 = 2275$

$b_2 = 1223 \times \frac{5476}{507}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

a=1 b=2 c=3.

a+(2;3) = b(3;2) = c+(1;2).

④ $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$.

$a^2+141ab+5476b^2 = (a+74b)^2$

$a^2+141a+5476 \geq 5a+1364-512$

$a^2+136a+5476-1364+512 \geq 0$.

$a^2+136a+4624 \geq 0$.

$D = b^2-4ac = 136^2-4\cdot 4624 = 0$

D=0. ~~D<0~~.

$D = \frac{\pm b}{2a} = \frac{-136}{2} = -68$. $\frac{136}{2} = 68$.

④ $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$. b=1.

$a^2+141a+5476 \geq 5a+1364-512$.

$a^2+136a+4624 \geq 0$

$a^2+136a+4624 = 0$

$D = b^2-4ac = 136^2-4\cdot 4624 = 0$

D=0 1 корн.

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-136}{2} = -68$.

$4624-9588+5476 \geq$

$512 \geq 512$.

✓

№3 $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$. $i<j$ a_i+a_j.

№2. $a+(b;c) = b+(c;a) = c+(a;b)$

$a+(b;c) = b(c;a)$

$(b;c) = (c;a) = (a;b)$

a=2 b=4 c=6.

2+2 = 3+2

4;5. 4+6 = 5.

b+c=1 c|a=2

6 a+b=3.

3;6

$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ 12; 8; 4.

12+4=16 8+4=12 4+4=8. 2; 4; 6; 8; 10. ✓

2;4;6

2+5 3

11+1 12+1 = 13+1.

12; 14; 16

12+2=14

а a_i, a_j $(i<j)$

$1+a_j = max$.

a_j = нсуп.

$a_1+a_2 = max$.

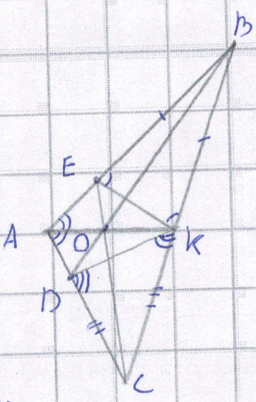
$a_2+a_2 = max$.

№1

$EB = BK \Rightarrow \triangle EBK$ - равнобедр (из опред), $\angle EOB = \angle COD$

$CD = CK \Rightarrow \triangle CDK$ - равнобедр, $\angle EOD = \angle BOC$

Д-ть: $AB = AC$



1) EC - общая сторона

$\angle EOB = \angle COB$

BD - общая сторона

$\Rightarrow \triangle EOB = \triangle COD$ (по 2 сторонам и углу между ними) $\Rightarrow EB = DC$ (по 1 св-ву) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle EBK = \triangle CDK$ - равнобедренные

2) $\angle BEK = \angle CDK \Rightarrow \angle KDA = \angle KEA$ (как углы $180^\circ - \angle$ к смежной прямой) $\Rightarrow$

3) $\angle KDA = \angle KEA$ (из 2)

$\angle EAK = \angle DAK$ (как углы разност. дисс.)

AK - общая

$\Rightarrow \triangle EAK = \triangle DAK$ (по стороне и прилеж углам)

4) $\triangle EAK = \triangle DAK$ (из 3)

$\triangle EBK = \triangle CDK$ (из 2)

$\Rightarrow \triangle ABK = \triangle ACK \Rightarrow AB = AC$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

~2

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

~~Задача 2, 5~~

~3

1011 вариантов

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№4

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512 \geq 0$

Пусть $a=2$, $b=1$

$4+141\cdot 2+5476-10-1364+512 \geq 0$

$4+282+5476-10-1364+512 \geq 0$

$276+5988-164 \geq 0$

$112+5988 \geq 0$

$6100 \geq 0$ - верно

$5476=$

$a^2+141ab-5a \geq 1364b-5476b^2-512$

$a(a+141b-5) \geq b(1364-5476b^2)-512$

$-5476b^2+1364=0$

$b=\frac{1364}{5476}=\frac{682}{2738}=\frac{341}{1364}$

Пусть $a=0$, $b=1$

$0+0+5476 \geq 0+1346-512$

$5476 \geq 834$ - верно

Пусть $a=-1$, $b=1$

$1-141+5476 \geq -5-1364-512$

$5336 \geq -1881$ - верно

Пусть $a=1$, $b=-1$

$1-141+5476 \geq 5-1364-512$

$5336 \geq -1871$ - верно, значит для остальных вариантов тоже

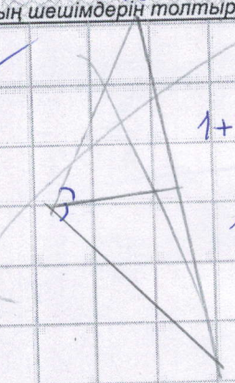
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

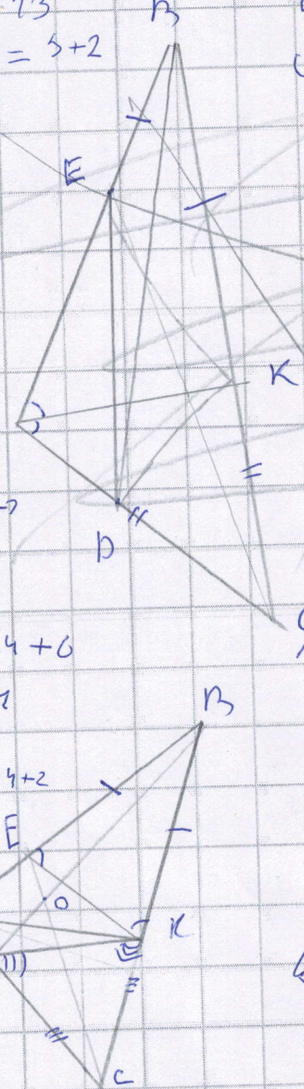
Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

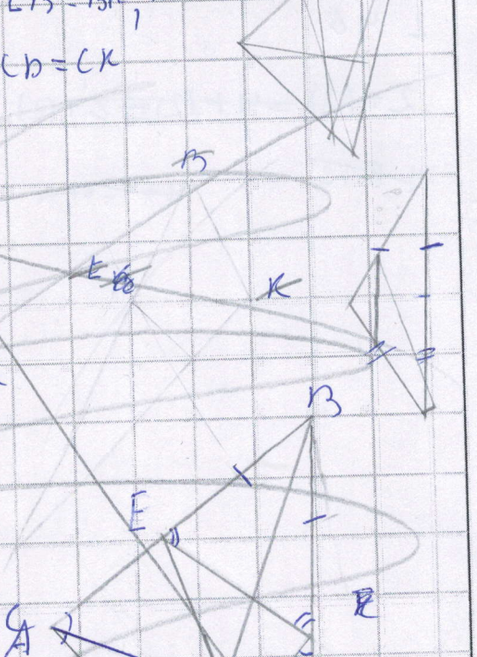
Балл

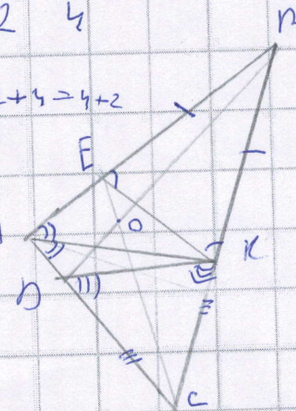
Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

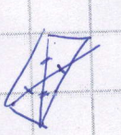
Парақ / Страница №

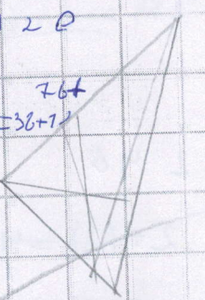












Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1.

Берілгені:

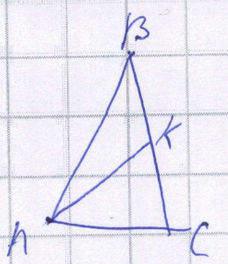
$\triangle ABC$

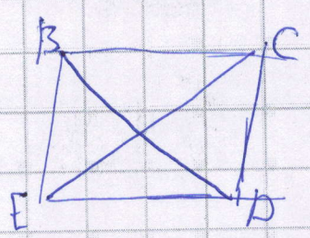
AK - биссектриса

$EB = BK$

$CD = CK$

$EK : AB = AC$





№2

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

барлық натурал a, b, c

(x, y) - x және y ең үлкен ортақ бөлгіш.

№3 ~~a, t~~

$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$

5

кез келген екі a_i, a_j $(i < j)$

$a_j + a_j$, $a_j a_j$ және $|a_i - a_j|$

№4

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 13646 - 512$

$a^2 + 141ab + 5476b^2$

$141ab + 5476b^2$

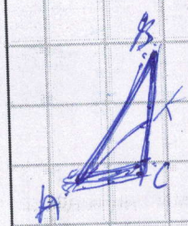
$5a + 13646 - 512$

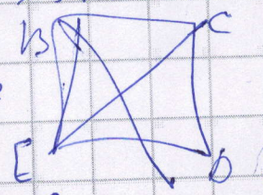
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

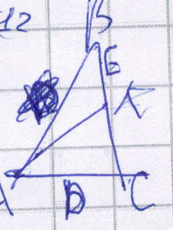
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27,
28, 29, 30, 31, 32.

Теріс емес

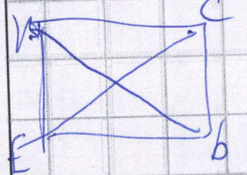
$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

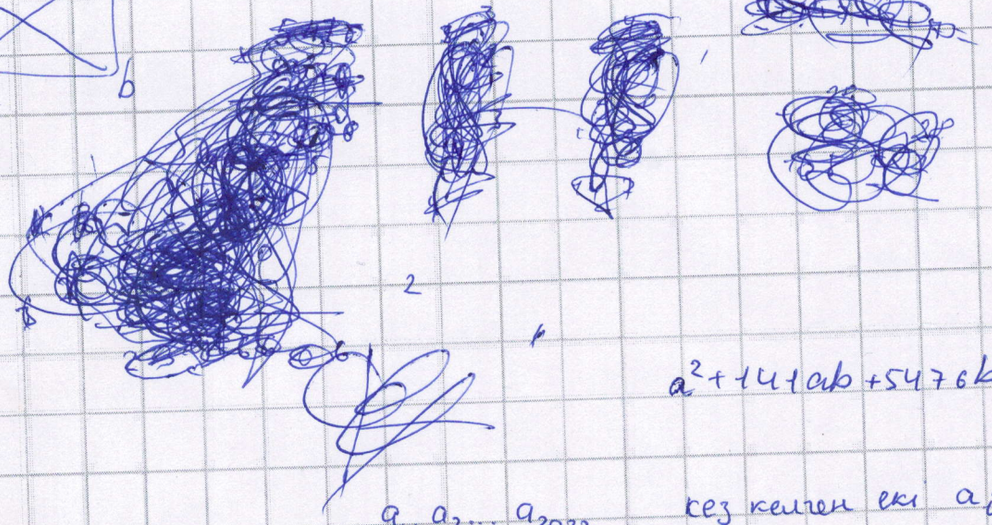






$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$





$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

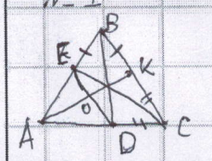
$a_1, a_2 \ldots a_{2022}$ кез келген екі a_i, a_j $(i<j)$

$a_i + a_j$, $a_j a_j$ және $|a_i - a_j|$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1



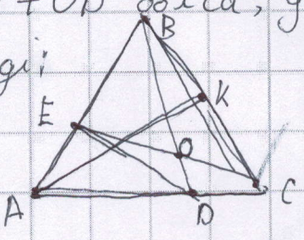
ΔABC $EB=BK$

AK-бис-са $DC=CK$

$E \in AB$ Т/к: $AB=AC$.

$D \in AC$

Шешуі: AK биссектриса болғандықтан, AB және AC түзулерінің AK-дан арақашықтықтары тең, осыған байланысты $BK=KC$. Берілген бойынша $EB=BK$; $DC=KC$. Осыған қатар $EO=OD$, себебі, $EBCD$ төртбұрышында жүргізілген диагональдар AK түзуінде қиылысады. Егер $EO \neq OD$ болса, диагональдар AK түзуінде қиылыспайтын еді;



; $AE=AD$; $EB=DC$ болса, $AB=AC$

№2

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$,

болуы үшін, олардың ең үлкен бөлгіштері бірдей болмауы керек. Мысалы:

Жауабы: a,b,c мәндері жоқ.

$(x;y)$ x және y сандарының ең үлкен бөлгіші

$b^{1}\,c^{1} = 1$ $\quad$ ① бұл жерде ең үлкен ортақ бөлгіштер қайталанғандықтан a,b,c мәндері

$c^{2}\,a^{1} = 2$ $\quad$ ② табылмайды, себебі

$a^{1}\,b^{1} = 1$ $\quad$ ① берілген теңдікті қанағаттандыра алмайды.

№3

Жауабы: алынған 3 санның ішінен көп дегенде (2 сан) ғана тақ бола алады.

Дәлелдеу: егер жұп және тақ сандарды қосатын болсақ тақ сандар аламыз, ал олардың модульдерінің айырмасы тағы да тақ сандар береді. Алайда олардың көбейтіндісі жұп сандар береді.

№4

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

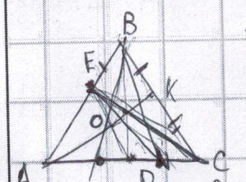
$(a+b)^2$

Дәлелдеу: a-орнында қандай сан болса да, оң жақтағы теңсіздік < сол. ж болады.

себебі, $a^2 > a^1$, $141a > 5a$.

$b^2 > b^1$; $141b, 5476b > 1364b$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ



$\triangle ABC$ $EB = BK$; $CD = CK$

AK-биссектриса

$E \in AB$; $D \in AC$

Черновик

Шешуі: AK биссектрисасы болғандықтан, екі түзу AB және AC арақашықтығы AK-дан бірдей. Осыған байланысты $BK = KC$. Берілген бойынша $EB = BK$; $DC = KC$. Егер біз AB және AC түзулерінің ұзындығын қатынас ретінде белгілейтін болсақ: $\frac{EB}{BK} = \frac{KC}{DC}$ болса, $EO = DO$; $\frac{AE}{EO} = \frac{AD}{OD}$

$a_1, a_2 \dots a_{2022}$ кез келген a_i ; a_j " $i<j$ "

$a_i + a_j$ $|a_i - a_j|$ $a_i a_j$. Бұл алынған үш санның ішінен ең көп дегенде 2-і тақ сан бола алады. Себебі, егер біз екі тақ сандарды қосатын болсақ - тақ санды аламыз, ал олардың модульдерін айырмасы тағы бір тақ санды береді. Алайда олардың көбейтіндісі әрқашан жұп санды береді

$\underbrace{a^2 + 141ab + 5476b^2}_{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2} \geq 5a + 1364b - 512$

бұл жерде a^2 және $141a > 5a$ a-ның үлкен немесе тең болса да, оң жақтағы теңсіздік әртүрлі. Себебі, $a^2 > a^1$ дәрежесі көрсеткіші және алдындағы коэффициенті $141 > 5$. b-ның мәндері де дәл солай. $b^2 > b$, $141b$, $5476b > 1364b$

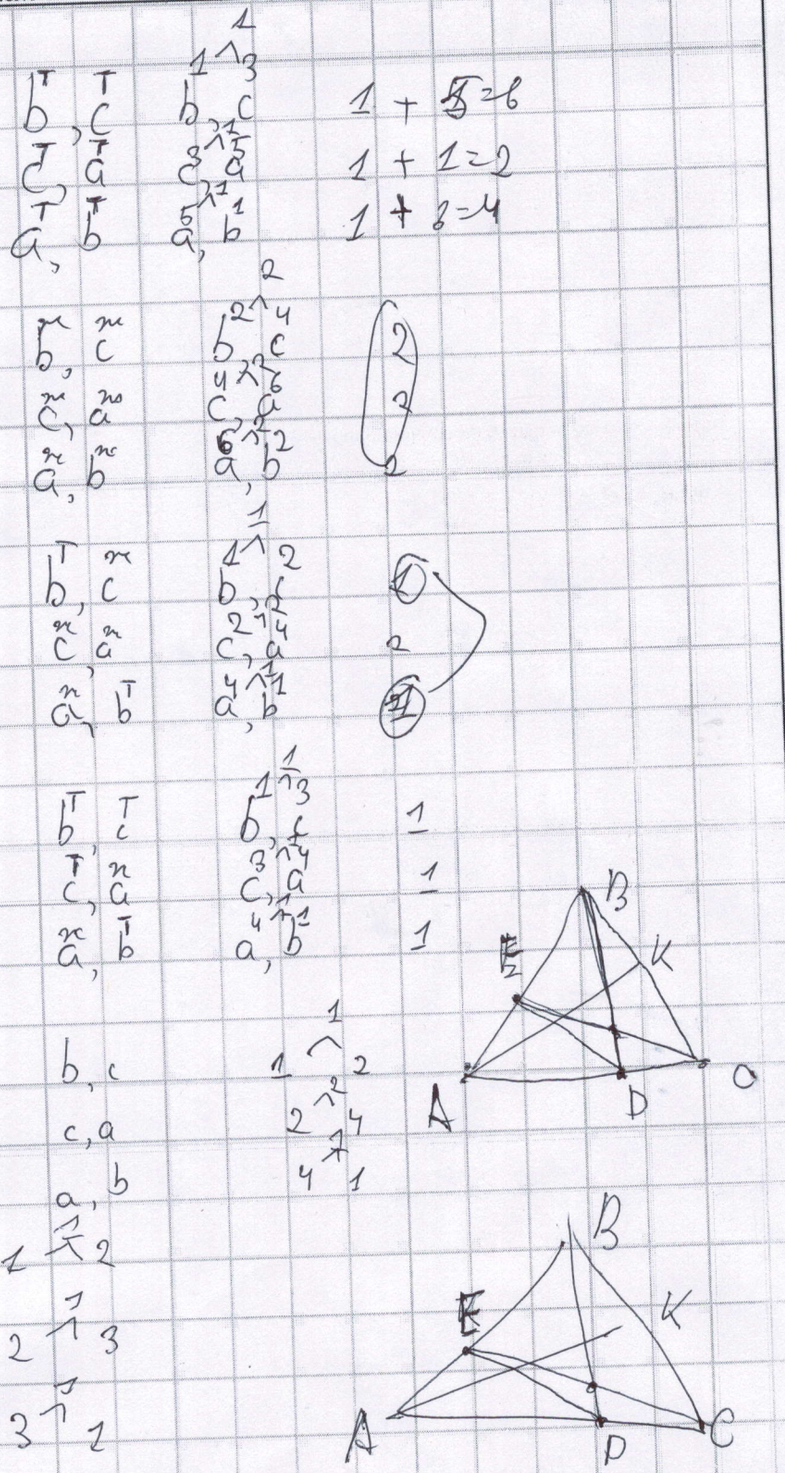
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$$\begin{cases} a \neq (b, c) \\ b \neq (c, a) \\ c \neq (a, b) \end{cases}$$

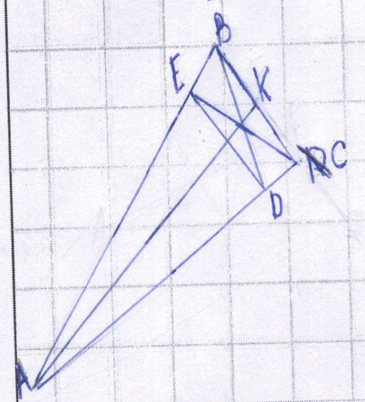
Черновик



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1

$ABC_{\triangle}$; AK - биссектриса, EB = BK, CD = CK, AB = AC дәлелдеу.



AK - биссектриса ∠A-ны қақ бөлгеннен

E, D нүктелері BC түзуіне қарағанда жатқандықтан

сәйкесінше тіктөртбұрыш диагональдары

AK түзуінде, яғни биссектриса да

қиылысады.

E, D нүктелері AB және AC түзулеріне тиісті

EBCD тіктөртбұрышы AK биссектрисасы

ды тасқан бөліп өтті, бұл дегеніміз

EC және BD диагональдары қиылысатын түсте

AK түзуінен қиылысады.

2

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$.

a, b, c - бір таңбалы сан, 1, 2, 3, ... 9.

натурал сан - санауға арналған сандар, яғни 1 ден басталады.

$a + b = b + a$ $\quad a + b = b + a \neq c + b$

$c + b = b + c$ $\quad a + c \neq b + c = c + b$

$c + a = a + c$

Мысалы $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ деп алатын болсақ.

$1 + 2 = 1 + 2 = 3 + 1$

$3 = 3 \neq 4$ бірлік қосқанда тең болмай қалды,

бұл дегеніміз бұл берілген есептің шешімі жоқ. ∅

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3

$a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$ - N натурал сандар.

$a_i, a_j \quad i < j \quad a_i + a_j,\ a_i a_j\ |a_i - a_j|$

Қанша тақ сан?

$\overline{a}, \overline{ab}, \overline{abc}, \overline{abcd}$ – жұп сандар.

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100

2, 4, 6, ..., 100 - 50.

2022 | 100

2000 | 20

(22) қалдық

20 · 50 = 1000.

2, 4, 6, ..., 22 - 11 } + 1011

Демек 1011 тақ сан бар.

4

$a = 2 \quad b = 3.$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 3 + 5476 \cdot 3^2 \geq 5 \cdot 2 + 1364 \cdot 3 - 512$

$4 + 846 + 49144 \geq 10 + 4092 - 512$

$50044 \geq 3590.$

сан тақ теңдеуде квадрат сандар көбірек болғанған оң тақ теңдеуге қарағанда артық болады, сондықтан тең немесе артық теңсіздікті орындалады

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

УКО УКО

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 3

4. черновик.

$a=2 \quad b=3$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 3 + 5476 \cdot 3^2 \geq 5 \cdot 2 + 1364 \cdot 3 - 512$

$4 + 846 + 49144 \geq 10 + 4092 - 512$

$50044 \geq 3590$

2.

$a=1, \quad b=2, \quad c=3$

$1 + 2 =$

$a + (b;c) = b + (a;c) = c + (a;b)$

3. $4 \quad 5$

$3 + 4 = 4 + 3 = 5 + 3$

$5 \quad 6 \quad 7$

$5+6 = 6+5 = 7+5$

$7 \quad 8 \quad 9$

$7+8 = 7+8 = 7+9$

$7 \quad 6 \quad 5$

$4 \quad 7 \quad 8$

$8 \quad 7 \quad 5$

$9 \quad 5 \quad 8.$

$12 \quad 12 \quad 13.$

4. 4 6 8.

10 10 12 – 2 артық

+ 20

200000

1 3 5.

4 4 6. – 2 артық

2 4 7

6 6 9 – 3 артық.

4 6 9.

10 10 15

7 5 6.

12 12 13.

12 12 11 шын В.

8 9 6.

$ac + bc + cb$

$4+9 \quad 6+9 \quad 6+9$.

$141 \times 6 = 846$

$5476 \times 9 = 49144$

$1364 \times 3 = 4092$

$49144 + 900 = 50044$

$4092 + 10 = 4102$

$4102 - 512 = 3590$

$4 = 4 = 5$

$3 = 3 = 4$

2000

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1) 

Берілген
$\triangle ABC$ - үшбұрышы
AK биссектриса $EB = BK$ $CD = CK$
$AB = AC$ - ?
$\triangle ABC = 180°$.
AC - түзуін қозғасақ AB түзуіне тең келеді
$\triangle AOC = \triangle AOD$ EBCD - төртбұрыш AK диагональ

3) $a_3, a_5, a_7, a_9, a_{11}, a_{13}, a_{15}, a_{17}, a_{19}, a_{21}, a_{23}$

2022 | 5
20 | 44
022
20
2

Бер: $a_1, a_2 \dots a_{2022}$ $(i < j)$
$a_i + a_j$, $a_i - a_j$. $|a_i - a_j|$

2) $(a-2 \quad b-2 \quad c-2)$ $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

$2+(2,2) = b+c,a$ $2+(2,2) = (a+(b,c)$ $2+(2,2) = c+(ab$
$2+(2,2) = 2+(2,2) = 2+(2,2)$

4) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Сұрыптау

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

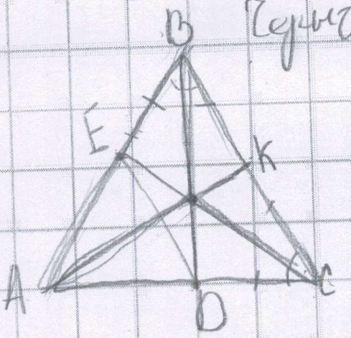
$1a^2 + 141ab \geq 5a + 5476b^2 + 1364b - 512$

2, 3, 5, 8, 7, 9, 11, a

a. $a^2 - 5a + 141ab \geq -5476b^2 + 1364b - 512$

a^2

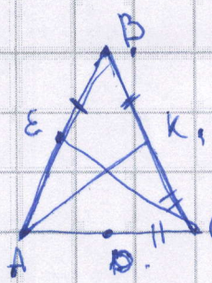
$D = +\ldots + 5476 \cdot 4(-512)$



Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1.



$EB = BK$

$KC = CD$

AK = биссектриса демек $BK = KC$ осылай

$EA = AD$ EC - биссектриса демек. $AE = EB$.

Демек $AE = EB$ оны біз AB деп аламыз

$AD = DC$ демек оны біз AC деп аламыз

Бөліктері барлығы тең демек $AB = AC$.

2. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

~~$a + (b, c)$~~

~~$3 + 6 = 3 \cdot 6$~~ ⇒ ~~$-3; 6; 3$~~.

$-2; 4; 2$

$4 - 2 = -2 + 4 \neq 2 - 4$

3. $a_1; a_2; \ldots a_{2022}$

$a_i; a_j$ $(i < j)$

Бұл есепте

$a_i + a_j = z$

$a_i a_j$

$|a_i - a_j|$ -> ~~Модуль~~ де тақ сан, жұп сан да екенін де ескереміз.)

демек: тақ және жұп сандарды

жақұт сиған ~~болсам~~ болса (1 тақ) жақұт 5476 қанша жұп.

тақ сан × тақ сан = тақ
жұп сан × жұп сан = жұп
тақ × жұп = жұп
тақ сан + тақ сан = жұп
жұп + жұп = жұп
~~тақ + жұп = тақ~~

↳ екеуін ескереміз

4. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Егер $a = 1$ $b = 2$

$1 + 282 + 5476 \cdot 4 \geq 5 + 1364 \cdot 2 - 512$

$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 2728 - 512$

$22187 \geq 2221$

$22187 \geq 2221$ бұл әрқашан

4 3

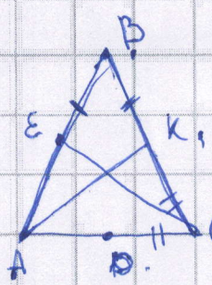
21904

283 1

22187

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1.



$EB = BK$

$KC = CD$

AK = биссектриса демек $BK = KC$ осылай

$EA = AD$ EC - биссектриса демек. $AE = EB$.

Демек $AE = EB$ оны біз AB деп алайық

$AD = DC$ демек оны біз AC деп алаық

Бөліктері барлығы тең демек $AB = AC$.

2. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

~~$a + (b, c)$~~

~~$3 + 6 = 3 \cdot 6 \Rightarrow$~~ $-3; \sim\sim 6; 3 \sim\sim .$ $\Rightarrow$ $-2; 4; 2$

$4 - 2 = -2 + 4 \neq 2 - 4$

3. $a_1; a_2; \ldots a_{2022}$

$a_i; a_j$ $(i < j)$

Бұл есепте

$a_i + a_j = 2c$

$a_i a_j$

$|a_i - a_j|$ -> ~~Модуль~~ де тақ сан шығады, екені де ескеріміз.)

демек тақ және жұп сандарды

жақсы сияқты ~~болсам~~ болса (1 тақ және 3 тақ) жауабы 3 қашан болады.

тақ сан × тақ сан = тақ
жұп сан × жұп сан = жұп
тақ × жұп = жұп
тақ сан + тақ сан = жұп
жұп + жұп = жұп
~~тақ + жұп = тақ~~

↳ екеуін ескереміз.

4. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Егер $a = 1$ $b = 2$

$1 + 282 + 5476 \cdot 4 \geq 5 + 1364 \cdot 2 - 512$

$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 2728 - 512$

$22187 \geq 2221 + 5$ $22187 \geq 2227$ бұл ешқашан.

4 3 3

21904

283 1

22187

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

22187 ≥ 2221. демек " $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 59 + 1364b - 512$ " ерігей дұрыс.

2. $a * (b * c) = b * (c * a) = c * (a * b)$

6 ; 3 ; -3

$-3 + 6 = 3$

$3 + 6 \neq -3$

$-3 + 6 = 3$

-1 2 -3

$-1 + 6 = 5$

$2 - 3$

3 2 -1

$3 + 2 = 5$

$2 + 3 = 5$

$-1 + 6 = 6.$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 1

1.



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

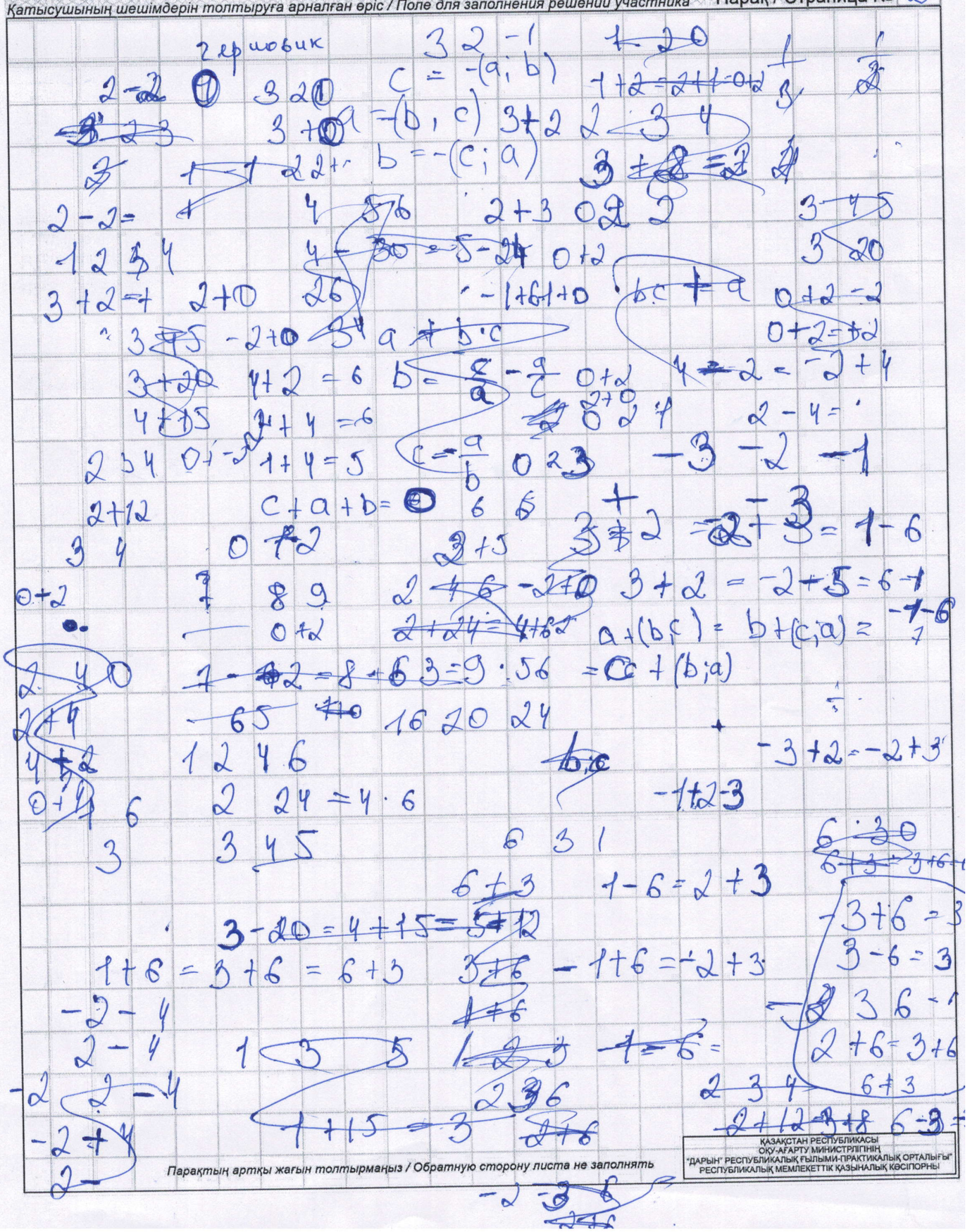
УКО УКО

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

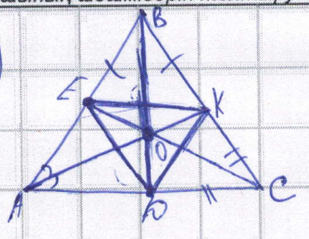
Парақ / Страница № 2



Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

Черновик

№1)



$m.O \in AK \Rightarrow AB = AC$

$\because m.O = AK \cap EC \cap DB \Rightarrow m.O$ - середина Δ, точка высоты окр. $\Rightarrow$

$\Rightarrow EB = BK = KC = CD = AD = AE \Rightarrow AB = AC = BC$;

Ответ: А.

4,2,4 3,9,3 3,6,3 5,5,5 1000, 1000, 1000

№2)

$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

$a=1, b=1, c=1$; $a=2, b=2, c=2$; $a=3, b=3, c=3$

$a=4, b=2, c=4$; $a=$

$1+(1+1) = 1+(1+1) = 1+(1+1) = 2$

$2+(2+2) = 2+(2+2) = 2+(2+2) = 4$

$6+(2+3) = 2+(3+6) = 3+(6+2) = 11$

$1000+(200+5) = 200+$

$1000+5 = 200+200 = 5+200$;

$1+1 = 1+1 = 1+1$;

$2+2 = 2+2 = 2+2$;

$6+3 = 3+3 = 9+8$;

$4+2 = 2+4 = 4+2$;

$3+3 = 9+3 = 3+3$;

$3+3 = 6+3 = 3+3$;

$5+5 = 5+5 = 5+5$;

$1000+1000 = 1000+1000 = 1000+1000$

1) $a=n, b=n, c=n$

n - любое натур. число

2) $a=n, b=m, c=n$

m - любой делитель этого числа

3) $a=m, b=n, c=n$,

4) $a=nb=n, c=m$;

№3)

при 2-х чётных:

$a_i + a_j$ = чётное, $a_i a_j$ = чётное, $|a_i - a_j|$ = чётное

при 1-ом чётном, при 1-ом нечётном:

$a_i + a_j$ = нечётное, $a_i a_j$ = чётное, $|a_i - a_j|$ = нечётное

при 2-х нечётных:

$a_i + a_j$ = чётное $a_i a_j$ = нечётное $|a_i - a_j|$ = чётное

№4)

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$;

$a^2 > a, b^2 > b \Rightarrow$ верно неравенство.

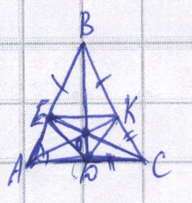
$512 \cdot 512 = 6144$

$141 \cdot 141 = 19881$

$141 : 2 = 4,5$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1



Дано: $\triangle ABC$; AK-биссектр., $E \in AB$, $D \in AC$, $EB = BK$, $CD = CK$;

Док-ть: $O \in AK \Rightarrow AB = AC$;

Док-во: $O = AK \cap EC \cap KB \Rightarrow O$ - центр вписан. окр. $\Rightarrow EB = BK = KC = CD = AD = AE \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = AC = BC$;

Ответ: $AB = AC$;

№2

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$;

1) $a = n, b = n, c = n$;

n - любое натур. число;

2) $a = n, b = m, c = n$;

3) $a = m, b = n, c = n$;

4) $a = n, b = n, c = m$;

m - любой делитель числа n;

№3

1) При 2-х чётных:

$a_i + a_j =$ чётн.; $a_i a_j =$ чётн.; $|a_i - a_j| =$ чётн.;

2) При 2-х нечётных:

$a_i + a_j =$ чётн.; $a_i a_j =$ нечётн.; $|a_i - a_j| =$ чётн.;

3) При 1-ом чётном числе, при 1-ом нечётном:

$a_i + a_j =$ нечётн.; $a_i a_j =$ чётн.; $|a_i - a_j| =$ нечётн.;

Ответ: 2;

№4

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$;

Пример: $a = 0; b = 0$;

$0 + 0 + 0 \geq 0 + 0 - 512$; $0 \geq -512$, верно;

1) $a^2 > a, b^2 > b$

2) в 1-ом все „+"

3) в 1-ом нет свободного члена, все числа-коэф.

$\Rightarrow$ неравенство верное;

Ответ: неравенство справедливо;

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ