Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

№1. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

№2)



Дері. ΔABC. $AB=BC=CB=R$.

O-центрлеуші.

ТЖ/К: $\frac{AB}{BC}=?$

ТЖ/У: $BC=\sqrt{AB^2-\frac{AB^2}{4}}=\sqrt{\frac{4AB^2-AB^2}{4}}=\sqrt{\frac{3AB^2}{4}}=\frac{AB}{2}\sqrt{3}$.

$CD=\frac{AC}{2}$.

$\frac{AB}{BC}=\frac{AB}{\frac{AB}{2}\sqrt{3}}=AB\cdot\frac{2}{AB\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
«ДАРЫН» РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$.

1). $a=2, b=1$.

$1+141\cdot1\cdot2+5476\cdot1 \geq 5\cdot2+1364\cdot1-512$

$1+282+5476 \geq 10+1364-512$

$5759 \geq 862$. ☑

2) $a=3, b=2$.

$9+141\cdot2\cdot3+5476\cdot4 \geq 5\cdot3+1364\cdot2-512$

$9+846+21904 \geq 15+2728-512$.

$22759 \geq 2231$. ☑

№4) 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. $K=6$. $n=9$.

1	2	2
1	2	2
3	1	1

1

3	1	1
0	2	3
2	2	1

2 .....

$P=\frac{n!}{(n-k)!k!}=\frac{9!}{(9-6)!6!}=\frac{6!\cdot7\cdot8\cdot9}{3!\cdot6!}=\frac{504}{1\cdot2\cdot3}=\frac{504}{6}=84$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

черновик.

1) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$a=x,\ b=2x,\ c=3x$.

$x+(2x+3x)=2x+(3x+x)=3x+4x$.

$2x=3x=4x$

3) $a^2+141ab+5476b^2 \geq 52a+1364b-512$.

$(a-b)(a^2+ab+b^2)$ $\quad a=1,\ b=1$.

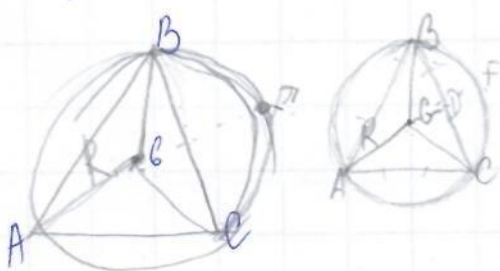
$1+141\cdot 1\cdot 2+5476\cdot 1 \geq 52+1364\cdot 1-512$.

$1+282+5476 \geq 1416-512$

$5759 \geq 904$.

$5476+282=5758$ $\quad 1364-512=852$

2)



$BC=\sqrt{AC^2-\frac{AG^2}{4}}=\sqrt{\frac{4AG^2-AG^2}{4}}=\sqrt{\frac{3AG^2}{4}}=\frac{AG}{2}\sqrt{3}$

$GD=\frac{AG}{2}$

$BG=AG$

$\frac{AG}{\frac{AG}{2}\sqrt{3}}$ $\quad AG\cdot\frac{2}{AG\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

4) $0,1;\ \ldots;\ 9$

$0,1;\ 0,2;\ 0,3;\ 0,4;\ 0,5;\ 0,6;\ 0,7;\ 0,8;\ 0,9;\ 1$.

0,1	4	0,9
3	0,5	1,4
0,6	0,8	2,7

1	3	2
2	1	2
2	1	2

(1)

0,2	0,5	0,8
0,2		

2	1	1
0,5	2	2,5
0,5	2	1,5

(2)

(5)

4	0,5	0,5
0,2	3	1,8
0,8	1,5	2,7

$P_n^k=\frac{50!}{(50-50)!}=\frac{50!}{0!}=50!=1\cdot 2\cdot 3\ldots 50$

$n=$ $\quad k=50$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
ДАРЫН РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница №

3) $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$ $a=3, b=2$.

$9+141\cdot 2\cdot 3+5476\cdot 4 \geq 5\cdot 3+1364\cdot 2-512$

$9+846+21904 \geq 15+2728-512$.

$22759 \geq 2231$.

141 | 2
6
846

5476 | 4
4
21904
8
46
24
16
8

1364 | 2
2
2728
15
2743
512
2231

4) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. $k=6$

$k=9$.

1	2	2
1	2	2
3	1	1

1

3	1	1
0	2	3
2	2	1

2

$R=\frac{6!}{(9-6)!}=\frac{6!}{3!}=4\cdot 5\cdot 6=120$.

$P=\frac{9!}{(9-6)!\cdot 6!}=\frac{7\cdot 8\cdot 9}{3!}=\frac{504}{6}$

72 | 7
7
504
46
42
4
24

3) 2) $a=1, b=2$.

$1+141\cdot 1\cdot 2+5476\cdot 4 \geq 5\cdot 1+1364\cdot 2-512$.

$1+282+21904 \geq 5+2728-512$.

5476 | 4
4
21904

черновик.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1. $a+(b;c)=b+(a;c)=c+(a;b)$.

егер $a=b=c$, онда. бұл келген сан.

егер $b=c$

$a+b=b+1=b+1$.

онда $(1;N;N)$, $(2;N_2;N_2)$, $(3;N_3;N_3)$.....

N - бұл келген сан.

N_2 - 2-ге бөлінетін сан

N_3 - 3-ке бөлінетін сан

.....

2.



теңдеуге нүктенің қасиеті бойынша

$AG:GL=2:1$, GL және LG_1 симметрия болғандықтан $LG=GL$

онда. $AG=GL+LG_1 \Rightarrow AG=GG_1$. AG - радиус., AG_1 - диаметр.

G_1 BC қабырғасына симметриялы болып, шеңбер бойында орналасуы үшін ABC үшбұрышы дұрыс болуы қажет.

онда, $BC=X$ деп алсақ.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot X\cdot X\cdot \sin 60^\circ=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot X^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot X^2$.

$P_{ABC}=\frac{X+X+X}{2}=\frac{3}{2}X$.

$S=pr. \Rightarrow r=\frac{S}{p}=\frac{\sqrt{3}X^2}{4}:\frac{3X}{2}=\frac{2\sqrt{3}X^2}{12X}=\frac{\sqrt{3}X}{6}$.

жарық параметр.

$BC=X$ болса, $AG=r=\frac{\sqrt{3}X}{6}$

$\frac{AG}{BC}=\frac{\sqrt{3}X}{6}\cdot\frac{1}{X}=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
ҰЛТТЫҚ БІРЫҢҒАЙ ТЕСТІЛЕУ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$.

$a^2+148ab-7ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$.

$(a+74b)^2+512 \geq 5a+1364b+7ab$.

Сол жақта үлкен (512-ден ~~X~~ сан) 512-ден үлкен сан шығады.

4.

5	0	0
0	5	0
0	0	5.

→ 6 әдіспен.

1	2	2
2	1	2
2	2	1

→ 6 әдіспен.

3	1	1
1	3	1
1	1	3

→ 6 әдіспен.

5	0	0
0	2	3
0	3	2

5 саны. 9 жерге тұра алады.
Ал 2 мен 3 оған тұлғаді, бірақ
әдіспен алады. $9 \cdot 2 = 18$.
18 әдіс.

0	1	4
0	4	1
5	0	0

Жағдаяттағы ұқсас
18 әдіс.

$6+6+6+18+18 = 54$.

Жауабы: 54 әдіс.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

егер $a=1$

$1+(b,c)=b+1=c+1$. , мүмкін емес.

егер $a=2$.

$2+(b,c)=b+2=c+2$. ; $2+(b,c)=b+1=c+2$; $2+(b,c)=b+1=c+1$.

b мен c жұп I тақ. II тақ.

мүмкін емес.

егер $a=3$

$3+(b,c)=b+3=c+1$

мұндағы c - 3-ке бөлінеді.

мүмкін емес

егер $a=4$

$4+(b,c)=b+4=c+1$; $4+(b,c)=b+4=c+2$.

c - 4 бөлінеді. мүмкін емес.

егер $a=5$.

$5+(b,c)=b+5=c+1$; ~~$5+(b,c)$~~

c - ~~бөлінеді~~ 5-ке бөлінеді.

~~5+1~~

егер $a=6$

$6+(b,c)=b+6=c+1$; $6+(b,c)=b+6=c+2$; $c+3$.

егер $a=7$.

$7+(b,c)=b+7=c+1$.

егер $a=8$.

$8+(b,c)=b+8=c+1$; $c+2$; $c+4$; $c+8$.

c-8-ге бөлінеді.

егер $a=9$

$9+(b,c)=b+9=c+1$; $c+3$;

егер $a=10$

$10+(b,c)=b+10=c+1$; $c+2$; $c+5$;

егер $a=12$

$12+(b,c)=b+12=c+1$; $c+2$; $c+3$; $c+4$; $c+6$.

егер $a=14$

$14+(b,c)=b+14=c+1$; $c+2$; $c+7$.

егер $a=15$.

$15+(b,c)=b+15=c+3$; $c+5$.

егер $a=20$.

$20+(b,c)=b+20=c+2$; $c+4$; $c+5$, $c+10$.

егер $a=25$.

$25+(b,c)=b+25=c+5$.

егер $a=30$.

$30+(b,c)=b+30=c+10$.

егер $a=35$

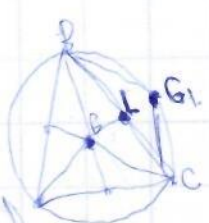
$35+(b,c)=b+35=c+5$.

егер $a=45$.

$45+(b,c)=b+45=c+5$; 15.



2.



$AG:GL=2:1$. - таңаша нүкте.

$GL=LG_1$ - симметрия.

$AG:GL:LG_1=2:1:1$

$AG:GG_1=2:2$.

AG_1 — диаметр.

G_1 нүктесі шеңбер бойында жату үшін ABC үшб. тікбұрышты болу керек.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
ҰЛТТЫҚ БІЛІМ САПАСЫН БАҒАЛАУ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512.$

$a^2+141ab+5476b^2+512 \geq 5a+1364b.$

~~Егер $b<0$ болса~~

a^2-5a

74
$\times 74$
$\overline{296}$
$+\ 296$
$\overline{5476}$

$a^2+148ab+5476b^2+141ab-148ab \geq 5a+1364b-512.$

$(a+74b)^2 \geq 5a+74b+1364b-512.$

$(a+74b)^2+512 \geq 5a+74b+1364b.$

Егер $-1 \leq a \leq 1$ және $-1 \leq b \leq 1$ болса

4.

0 5 0
5 0 0 → 3!=6 әдіс.
0 0 5

1 2 2
2 2 1 → 6 әдіс.
2 1 2

1 3 1
3 1 1 → 6 әдіс.
1 1 3

0 2 3
0 3 2
5 0 0

5 санының тұрған орнына байланысты.

9 және 2 және 3 санының орнына байланысты

$9 \cdot 2 = 18$ әдіс.

0 1 4
0 4 1
5 0 0.

Үшеуі 18 әдіс.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

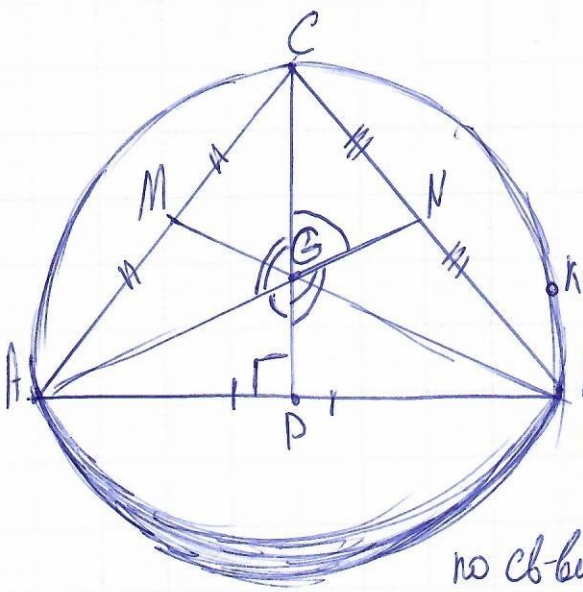
① $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

$a+(b,c) \to b=c$
$b+(c,a) \to c=a$
$c+(a,b) \to a=b$
$\Big\} a=b=c \Rightarrow (-\infty;+\infty)$

все натуральные числа (целые)

Ответ: $a \in (-\infty;+\infty)$ $b \in (-\infty;+\infty)$ $c \in (-\infty+\infty)$

②



Дано: $\triangle ABC$ G-центроид
K-симметрична G
AN, BM, CP-медиана
Найти: $\frac{AG}{BC}$ - ? Решение:

Рассмотрим $\triangle ABC$:
по св-ву медиан: $AM=MC$, $AP=PB$
$BN=NC \to CN=\frac{1}{2}BC$
по св-ву вертикальных углов: $\angle AGP = \angle CGB$ $\Rightarrow$
$\angle CGA = \angle NGP$

$\Rightarrow \sin\angle AGP = \sin\angle CGB$, $\frac{AP}{AG} = \frac{CN}{CG}$

$$AG = \frac{AP \cdot CG}{CN} = \frac{AP \cdot CG}{\frac{1}{2}CB} = \frac{2AP \cdot CG}{CB}$$

$$CN = \frac{1}{2}CB = \frac{AP \cdot CG}{AG} = AP \cdot CG : \frac{2AP \cdot CG}{CB} = \frac{AP \cdot CG \cdot CB}{2AP \cdot CG} = \frac{CB}{2}$$

$$\frac{AG}{BC} = \frac{2AP \cdot CG}{BC \cdot BC} = \frac{2AP \cdot CG}{BC^2}$$

Ответ: $\frac{AG}{BC} = \frac{2AP \cdot CG}{BC^2}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

③ $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+140ab+4900b^2+ab+576b^2 \geq 5a+1364b-512$

$(a+70b)^2+ab+(24b)^2 \geq 5a+1364b-512 \mid \cdot (a+70b-24b)$

$(a+70b-24b)((a+70b)^2+ab+(24b)^2) \geq (a+70b-24b)(5a+1364b-512)$

$(a+70b-24b)^3 \geq (a+46b)(5a+1364b-512)$

$(a+46b)^3 \geq (a+46b)(5a+1364b)-512$

$\begin{cases} a+46b \geq 0 \\ (a+46b)(5a+1364b-512) \geq 0 \end{cases}$

$a \geq -46b$ $\quad a=46b$

$5a+1364b-512=0$

$5(-46b)+1364b=512$

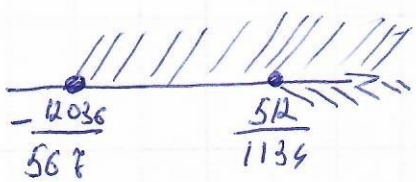
$-230b+1364b=512$

$1134b=512$

$b=\frac{512}{1134}$

$a \geqslant -\frac{12036}{567}$

$b \geqslant \frac{512}{1134}$



пусть $a=0$ $b=0$

$0^2+141\cdot0\cdot0+5476\cdot0^2 \geq 5\cdot0+1364\cdot0-512$

$0 \geq -512$ ЧТД

④ $E=5$ цифр $0,1,2,3,4,5$ $n=6$

$P(n)=n!=6!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6=720$ способов

Ответ: 720 способов

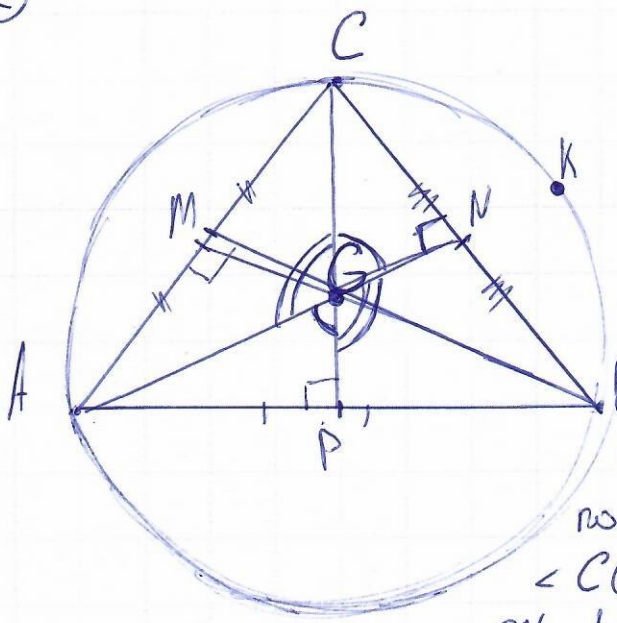
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

ЧЕРНОВИК:

① $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b) \Rightarrow b=c,\ c=a,\ a=b \Rightarrow a=b=c$

$a \in (-\infty;+\infty)\quad b \in (-\infty;+\infty)\quad c \in (-\infty;+\infty)$

②



Дано: $\triangle ABC$ G-центроид

K-ассиметрия G

AN, BM, CP-медиана

Найти: $\frac{AG}{BC}$ - ?

Решение:

В по св-ву медиан $AM=MC$, $AP=PB$, $BN=NC$

Рассмотрим $\triangle AGP$, по Th Пиф $AG=\sqrt{AP^2+GP^2}$

по св-вам вертикальных углов: $\angle AGP=\angle CGB$

$\angle CGA=\angle NGP$: $\Rightarrow \sin\angle AGP=\sin\angle CGB=\frac{AP}{AG}=\frac{CN}{CG}$

$CN=\frac{1}{2}CB$

$\Rightarrow AG=\frac{AP\cdot CG}{CN}=\frac{2AP\cdot CG}{CB}$

$CN=\frac{AP\cdot CG}{AG} \quad \frac{1}{2}AB=\frac{AP\cdot CG}{2AP\cdot CG}=$

$=AP\cdot CG:\frac{2AP\cdot CG}{CB}=\frac{AP\cdot CG\cdot CB}{2AP\cdot CG}=\frac{1}{2}CB$

$\frac{AG}{BC}=\frac{2AP\cdot CG}{BC}:BC=\frac{2AP\cdot CG}{BC^2}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик:

③ $a^2+141ab+5436b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+140ab+4900b^2+ab+536b^2 \geq 5a+1364b-512$

$(a+70b)^2+ab+(24b)^2 \geq 5a+1364b-512 \mid \cdot((a+70b)-24b)$

$(a+70b-24b)((a+70b)^2+ab+(24b)^2) \geq (a+70b-24b)(5a+1364b-512)$

$(a+70b-24b)^3 \geq (a+46b)(5a+1364b-512)$

$(a+46b)^3 \geq (a+46b)(5a+1364b-512)$

$\begin{cases} a+46b \geq 0 \\ (a+46b)(5a+1364b-512) \geq 0; \end{cases}$ $a \geq -46b$ ~~$a=-46b$~~ $a=-46b$

$5(-46b)+1364b-512=0$

$-230b+1364b=512$

$1134b=512$

$b \geq \frac{512}{1134}$

$a \geq \frac{12036}{567}$

$b \geq \frac{512}{1134}$

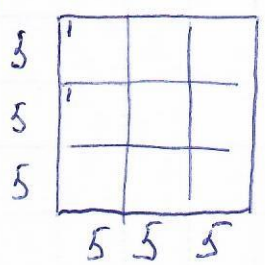
пусть $a=0$ $b=0$

$0+1410\cdot 0+5436\cdot 0 \geq 5\cdot 0+1364\cdot 0-512$

$0 \geq -512$ – ~~не~~справедливо при $a \in R$ $b \in R$

~~$a \in (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$ $b \in (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$~~

④



0, 1, 2, 3, 4, 5 $n=6$ $P(A)=n!=6!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6=720$ способов

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Фамилия Имя ..... Сынып / Класс: 11

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

1. $a+(b.c) = b+(c.a) = c+(a.b)$

$a=2 \quad b=8 \quad c=4$

$2+(8:4) = 36$

$8+(4:2) = 16$

$4+(2\cdot 8) = 16$

$\begin{cases} a+c & a_1 = c \\ b+a & b = a \\ a+b & a_1 = b \\ b+c & b = c \\ c+a & c = a_1 \\ a+b & a_1 = b \end{cases} \Rightarrow a=b=c.$

$x=4 \quad y=2.$

3. $a=2 \quad b=4$

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512.$

$2^2+141\cdot 2\cdot 4+5476\cdot 4^2 = 4+1128+85616 = 86748$

$5\cdot 2\cdot 1364\cdot 4-512 = 54048$

$\times 141$ / 2 / 282 / $\times 4$ / 1128

$\times 5476$ / 16 / 32856 / 5476 / 85616 / 1128 / 86748

$\times 1364$ / 4 / 54560 / 512 / 54048

$(a<b)$ болуы керек

4.

1	3	1
1	2	1
2	0	3

0	0	5
2	3	0
3	2	0

1	0	4
2	3	0
1	2	1

7-әдіспен.

2.



$\frac{AG}{BC}$ ~~$\triangle ABC$~~

$AG \perp BC = CDL$

$AG = R$ радиус шеңбердің

~~$R \perp BC$~~

$\frac{AG}{BC} = \frac{R}{BC} = \frac{R}{\frac{1}{3}S} = \frac{R}{\frac{1}{3}\pi R^2} = \frac{1}{\frac{1}{3}\pi R} = \frac{3}{\pi R}$

S = шеңбердің ауданы

$= R = AG$

$\frac{1}{3}S = BC$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

черновик

№1 1,2,3,4,5,6,7,8,9.

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$1 + (4, 2) = 4 + (2; 1) =$

$2 + (4; 8) = 4 + (8, 2) = 8$

$3 + (1, 6) = 1 + (6, 3) =$

$4 + (2; 6) = 2 + (4; 6) = 6 +$

$8 + (2; 1) = 2 + (8; 1) =$

$3 + (2; 4) = 2 + 1 =$

$3 + (2; 1) = 2 + (1; 3)$

$3 + (6; 8) =$

$3 + (7; 5) =$

$1 + (3, 5) =$

$1 + (2, 5) =$

$9 + (4; 8) = 8 + 1$

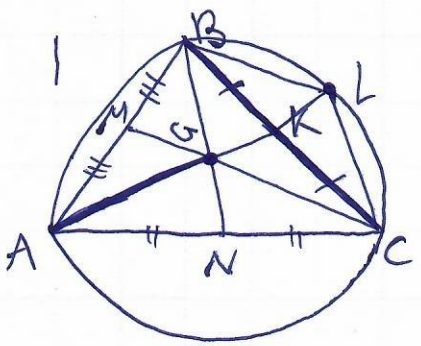
$6 + (4; 8) = 8 + (4; 6) \neq 4 + (6; 8)$

$9 + (3; 6) = 6 + 3 =$

$2 + (3; 7) = 7 + 1$

$2 + (3; 4) =$

№2



Дано: $\triangle ABC$

G – точка пересечения медиан

L – симметрична G относительно BC

Н-ти: $\frac{AG}{BC}$ – ?

Р-ие:

AG – R (радиус описанной окр-ти)

$\frac{AG}{GK} = \frac{2}{1}$ (св-во медиан) $= \frac{CG}{GM} = \frac{BG}{GH}$

L – симметрична G относ. BC $\Rightarrow GK = KL$

~~представим AG как 2x, а GK как x, тогда~~

~~$KL = GK = x$~~ $\frac{AG}{GK} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{GC}{GM} = \frac{BG}{GN}$

$BL = BG = 2$, $CL = CG = 2$ (не конкретное значение, а отношение)

по т. Пифагора найдем $BK = KC$

$BK = KC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \approx 2,3$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$BC = BK + KC = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \approx 2 \cdot 2,3 \approx 4,6$ черновик

$\frac{AG}{BC} = \frac{2}{4,6} = \frac{20}{46} = \frac{10}{23}$

Ответ: $\frac{AG}{BC} = \frac{10}{23}$

№ 3

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

представим: $a = 1$, $b = 1$

$1 + 141 + 5476 \geq 5 + 1364 - 512$

$5618 \geq 857$ — верно

$+\frac{5476}{142}$ $\quad$ $-\frac{1369}{512}$

5618 $\quad$ 857

данное неравенство всегда будет верным, т.к. по сумме коэффициентов левая часть ~~всегда~~ будет больше правой.

также, в левой части неравенства число a и b возводятся в квадрат и все числа суммируются, а в правой части ни число a, ни число b не возводят в квадрат, и в добавок ко всему из суммы $5a + 1364b$ вычитают 512.

№ 4 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 числа 9, 8, 7, 6 нам не подойдут по условию, т.к. > 5, а по условию сумма = 5

3	1	1
2	2	1
0	2	3

в 1–3в, во 2–2в, в 3–1в

1) 0, 2, 3
2) 1, 2, 2
3) 4, 1, 0
4) 5, 0, 0

1) $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} =$

$A_9^3 - A_6^3 = \frac{9!}{6!} - \frac{6!}{3!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{6!} - \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3!} =$

$= 504 - 120 = 384$

$C_9^3 - C_6^3 = \frac{9!}{6! \cdot 3!} - \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{6! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} =$

$= 84 - 20 = 64$

$\frac{504}{-120}$

384

$= 54в.$

$384 + 54 =$ A

(варианты по числ. цифры 5 и 0)

500	050	005
00	50	05
05	00	50

– 72 варианта из цифр 0,5
– 18 вариантов (если в ряду > одной 5)

$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} =$

$A_9^2 = \frac{9!}{7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9}{7!} = 72$

$\frac{72}{18}$ $\quad$ $\times\frac{72}{7}$ $\quad$ $\times\frac{12}{7}$ $\quad$ $+\frac{384}{54}$ – всего

54 $\quad$ 504 $\quad$ 84 $\quad$ 438

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1 $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$, если $(x;y)$ – НОД x и y.

$1+(4;2)=4+(2;1)=2+(1;4)$ – неверно

$3+(1;6)=6+(3;1)=1+(3;6)$ – неверно

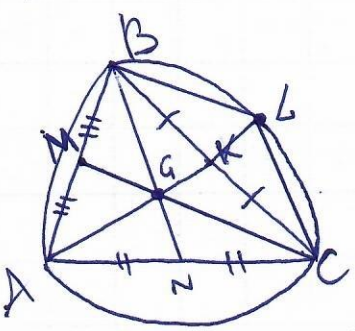
$4+(2;6)=2+(4;6)=6+(2;4)$ – неверно

$9+(3;6)=6+(3;9)=3+(6;9)$ – неверно

$8+(2;1)=1+(2;8)=2+(1;8)$ – неверно

Ответ: натуральных a,b,c для данного равенства не существует

№2



Дано: ABC – треугольник;
G – центроид; L – точка, симметричная G относительно BC

Н-ти: $\frac{AG}{BC}$ – ?

Р-ие:

по свойству медиан: $\frac{AG}{GK}=\frac{CG}{GM}=\frac{BG}{GN}=\frac{2}{1}$

т. L симметрична G относ. $BC \Rightarrow GK=KL$; $BL=BG$; $CL=CG$

представим в отношении: $BL=BG$ как 2, $CL=CG$ как 2 и $GK=KL$ как 1 (не конкретные значения, а отношение)

по теореме Пифагора $BK=KC$ через $\triangle BLK$

$BK=KC=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$

$\times \frac{1,7}{2}$
$3,4$

тогда $BC=BK+KC=\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}\approx 2\cdot 1,7=3,4$

значит: $\frac{AG}{BC}=\frac{2}{3,4}=\frac{20}{34}=\frac{10}{17}$

Ответ: $\frac{AG}{BC}=\frac{10}{17}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

данное неравенство всегда будет верным для любых действительных a, b; т.к. по сумме коэффициентов левая часть больше правой:

$1 + 141 + 5476 > 5 + 1364 - 512$

$5618 > 857$ – верно.

также, в левой части неравенства числа a и b возведены в квадрат и все числа суммируются, а в правой части ни число a, ни число b не возводят в квадрат и, в добавок к этому, из суммы $5a + 1364b$ вычитают 512.

Из этих условий следует, что неравенство будет верным при любых действительных a и b.

ч.т.д.

№4

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 : т.к. по условию сумма в каждом столбце и строке должна равняться 5 числа 6, 7, 8, 9 не проходят по условию. Найдем кол-во способов:

$A_9^3 - A_6^3 = \frac{9!}{6!} - \frac{6!}{3!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{6!} - \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3!} = 504 - 120 =$

$= 384$ варианта (когда использованы 3 различ. числа)

$A_9^2 = \frac{9!}{7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9}{7!} = 72$ (варианты с использ. 0 и 5 чисел)

$72 - 18 = 54$ в. (отнем 18 вар. если в ряду > одно 5, т.к. будет не проходить по условию)

$384 + 54 = 446$ (вариантов) – всего

Ответ: 446 вариантов

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

(a=1, b=2, c=3 - нет)

Чистовик.

2. По нарисованному рисунку, можно определить, что $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$.

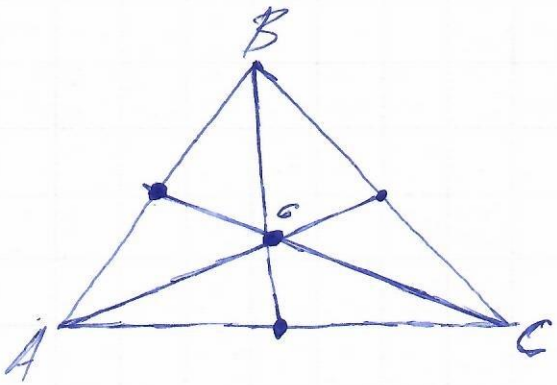
3. Подставляя числа в неравенство, мы действительно убеждаемся в его справедливости ⇒ доказано.

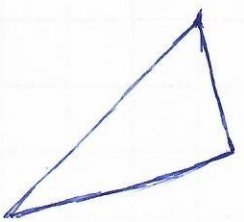
4. Перебирая комбинации цифр в табличке для нужных условий, можно определить, что составив из чисел одну верхнюю таблицу, эти числа можно поменять местами, оставив правильность таблицы 18 раз. После этого берем другую комбинацию цифр, при этом в таблице опять же можно такое же количество раз поменять цифры местами. Таким образом удалось найти 5 комбинаций цифр по 18 вариантов каждой ⇒ ⇒ всего можно запомнить таблицу 90 способами.

Подробности решений в листах черновиках.

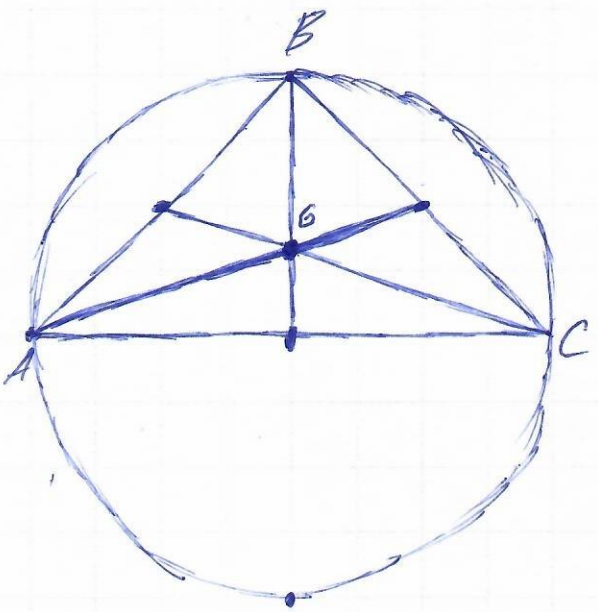
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

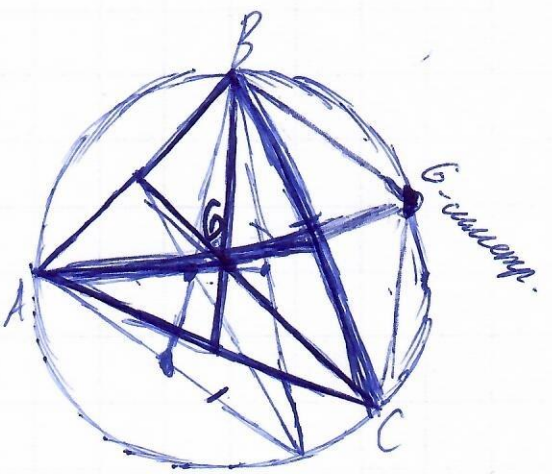
2. Черновик





$\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$





Ответ: $\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3. $a^2 + 141ab + 5446b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

a, b - любые действит. числа, возьмем для доказательства $a = 1$, $b = 2$.

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 5446 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$;

$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 2728 - 512$;

$22187 \geq 2221$ - верно $\Rightarrow$ доказано.

взяв $a = 3$, $b = 2$, неравенство по-прежнему справедливо:

$9 + 141 \cdot 6 + 21904 \geq 15 + 2728 - 512$

$855 + 21904 \geq 2231$.

Чертовщик

$141 \times 6 = 846$, $846 + 9 = 855$

$21904 + 285 = 22184$

$2483 - 512 = 2221$

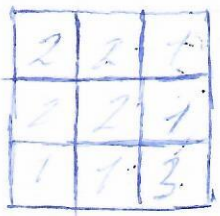
$5446 \times 4 = 21904$

$1364 \times 2 = 2728$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик

4. 2 1 2
2 1 2 18
1 8 1
12



3 1 1 0 4 1 5 0 0 18
1 2 2 4 1 0 0 5 0
1 2 2 4 0 4 0 0 5

2 3 0 18 3 1 1 18 +18 4 0 1
0 2 3 1 3 1 3 1 3 2
3 0 2 1 1 3 +18 0 1
90

Ответ: 90 вариантов.

1. a=2 b=1 c=3 a=8 b=4 c=2
2+1=1+1 - неверно 4 6 3
1 18 1 12 4
12 8 6 14 3 4 12 4 8
12+2=8+6+6+4 24 12 9 18 12 9 15 12 9
12 9 6 7 3 9
12+3=9+6=6+3 12 4 8
6 7 9 12+1=8+1=
6+1=4+3=9+ 12 7 8
6+1=5+3=9+1 12+1=4+
6 7 9

4 1 6 3
4 9 3
9+1=4+3
15 5 3
15+1=5+3
18 12 9
18+3=12+9=9+6
21 21
7 3 9
2+3=3+2=6+1
2+1=4+1
2+3=3+1=9+1
15 12 15
9+3=12+3=15+3
15+1=12+5=5+3

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Сынып / Класс:

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 1

1. При $a=b=c$. тобы тиіс

2. $\frac{1}{2}$

3. $a^2+141ab+5496b^2 \geq 5a+1364b-512$

при $a \gg b$ $141ab \gg 5a+1364b-512$

$a=1000$ $b=1$

$1000000+141000+5496 \geq 5000+1364-512$ ✓ $\Rightarrow$, чем $\uparrow a$ или b, тем $\uparrow 141ab$

при $b \gg a$

$a=1$ $b=1000$

$1+141000+5496000000 \geq 5+1364000-512$ ✓

при $a=b$

$a=1$ $b=1$

$1+141+5496 \geq 5+1364-512$ ✓

4. 201.

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

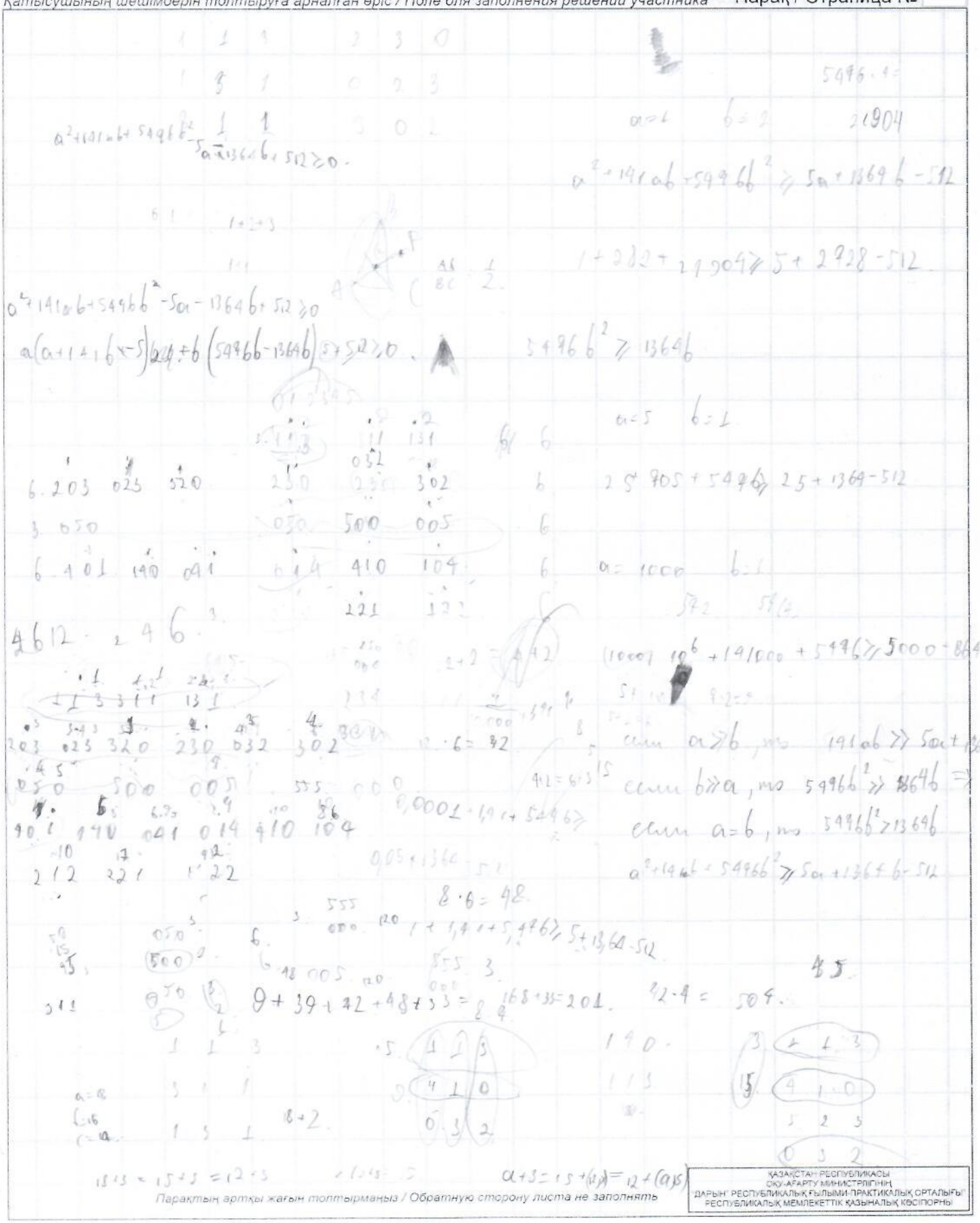
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница №



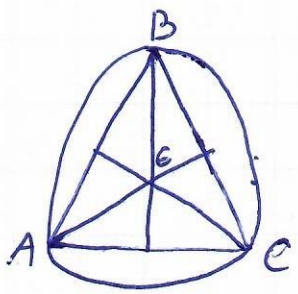
Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
ҰЛТТЫҚ БІРЫҢҒАЙ ТЕСТІЛЕУ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$abc = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.$

2)



$\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$

3) $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+b(141a+5476b) \geq 5a+4(341b-128)$

$a^2+b(141a+5476b)-5a-4(341b-128) \geq 0$?

4) $C_{10}^{5} = \frac{10!}{5!5!} = 252$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3) $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512 \geq 0$

$a^2+b(141a+5476b) \geqslant 5a+4(341b-128)$

4)

2	2	1
0	2	3
3	1	1

0	0	5
5	0	0
0	5	0

1	1	1
1	2	2
1	2	2

4	1	0
1	0	4
0	4	1

1	3	1
4	1	0
0	1	4

1	2	2
4	1	0
0	2	3

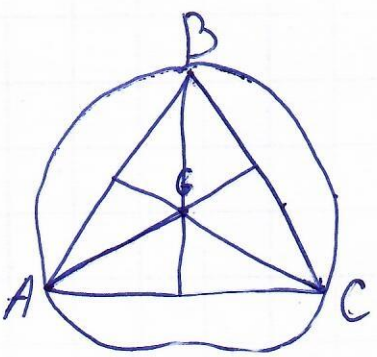
$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

$C_{10}^5 = \frac{10!}{5!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 6 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 =$

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

$4+(5,6) = 5+(6,4) = 6+(4,5)$

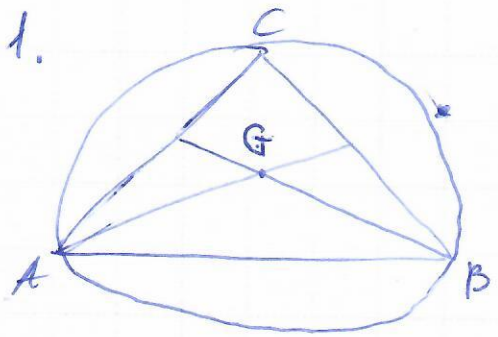
$10+(11,12) = 11+(12,10) = 12+(11,10)$



$\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1.



~~Черновик~~

500 050 005 -3
140 - 6
113 - 3
122 - 3

432

$3^3+6^3+3^3+3^3 = 27+216+27+27 = 81+216 = 297$

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

~~$a^2+2\cdot 70,5ab$~~

$a^2-(25a^{\frac{a}{2}2})^{\frac{1}{2}}$

70,5 | 5476 | 70,5
70,5 | 1364 | 1364

$\begin{cases} a+b=141 \\ a\cdot b=5476 \end{cases}$ $a=141-b$

$141b-b^2=5476$

$b^2-141b+5476=0$

$D=19881-21904=-2023=2023i^2$

$b_{1/2}=\frac{141\pm\sqrt{2023}i}{2}$

141 · 141 · 141 = 564 | 141 | 19881

5476 | 21904 | 19881 | 2023

54760 | 705 | 4935 | 77,676 | 5410 | 4935 | 4750 | 4230 | 5200 | 4750 | 4500 | 4230 | 270

$a\cdot a-a=a\cdot(a-1)$

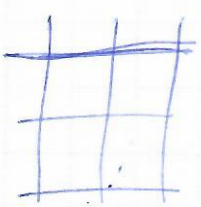
$a\cdot a-5a=a(a-5)$

$a(a-5)+141ab+b(1364b-1)\geq 512a$

$a(a-5)+141ab-512a+b(1364b-1)\geq 0$

$a(a-5)+a\left(141b-\frac{512}{a}\right)+b(1364b-1)\geq 0$

500 | 3 | 2 | 1 | 6



15
15
15

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4.

$\overset{1}{5}\overset{2}{\underline{0}}\overset{3}{\underline{0}} - \frac{1\cdot2\cdot3}{1\cdot2} = 3$

$\overset{1}{1}\overset{2}{4}\overset{3}{0} - 1\cdot2\cdot3 = 6$

$\overset{1}{\underline{1}}\overset{2}{\underline{1}}\overset{3}{3} - \frac{1\cdot2\cdot3}{2} = 3$

$\overset{1}{1}\overset{2}{\underline{2}}\overset{3}{\underline{2}} - \frac{1\cdot2\cdot3}{2} = 3$

$320 - 1\cdot2\cdot3 = 6$

$3^3 + 3^3 + 3^3 + 6^3 + 6^3 = 3^4 + 6^3 + 6^3 = 81 + 2\cdot216 =$

$= 81 + 432 = 513$

3.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 - 5a + 141ab - 512a^0 + 5476b^2 - 1364b \geq 0$

$a(a-5) + a\left(141b - \frac{512}{a}\right) + b(5476b - 1364) \geq 0$

$a \neq 0$

$a\left(a - 5 + 141b - \frac{512}{a}\right) + b(5476b - 1364) \geq 0$

$a\left(\frac{a^2 - 5a + 141ab - 512}{a}\right) + b(5476b - 1364 \geq 0$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1-есеп).

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$.

(x,y) - x, y сандарының ең үлкен ортақ бөлімі.

Табу керек: a, b, c.

$a=4$ $\quad 4+2 = 2+4 = 4+2 = 6$.

$b=2$

$c=4$

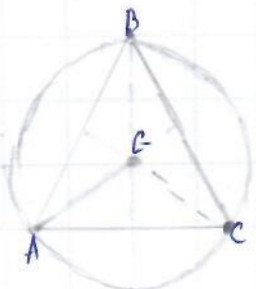
2-есеп)

Берілгені:

$\triangle ABC$-на сортай сызылған шеңбер.

B - центрод.

Табу керек: $\frac{AE}{BC}$.



C - E нүктесіне BC қабырғасына жүргізілген шеңбердің жанама нүктесі.

3-есеп)

$a^2+141ab+5476b^2 \pm 5a+1364b-512$.

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512 \pm 0$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4-есеп)

0, 1, ..., 9. цифрларын қандайда (қайталануы мүмкін) әр қатар, әр баланың қосындысы 5-ке тең болатындай 3 x 3 тақтасын қанша әдіспен толтыруға болады?

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРЫНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

1-есеп)

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$ ($a + (b) = a + (c) = b + (c) = b + (a) = c + (a) = c + (b)$).

(x, y) – x, y сандарының ең үлкен ортақ бөлімі.

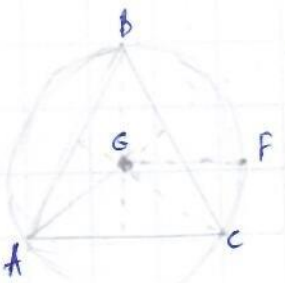
Т/к: a, b, c – ?

$a = 4$ $\quad 4 + 2 = 2 + 4 = 4 + 2 = 6.$

$b = 2$

$c = 4$

2-есеп)



Берілген: $\triangle ABC$-ға сорттай сызылған шеңбер.

G – центрі.

Т/к:

$\frac{AG}{BC}$.

3-есеп)

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \pm 5a + 1364b - 512.$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \pm 0.$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

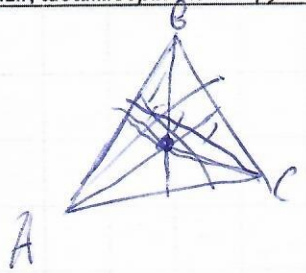
4-есеп)

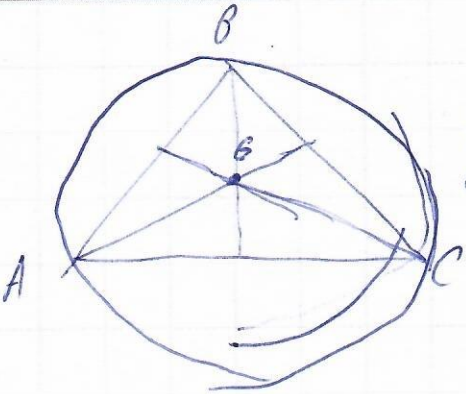
0, 1, ..., 9. Әр қатар мен баған-ның цифрларының қосындысы 5-ке тең болатын 3×3 тақтасын толтырудың неше әдісі бар?

0	2	3
	1	1
	2	1

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ





$\frac{AG}{BC} = \frac{X}{1}$

3. $(a^2 + 141ab + 5446b^2 - 5a - 13646 + 512 \geq 0)$

1.

$a = 0$ $\quad a = 2$

$b = 12$ $\quad b = 3$

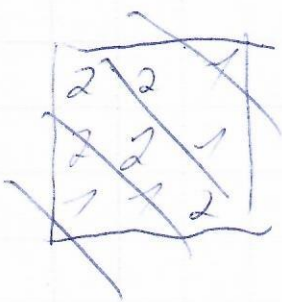
$a = 7$

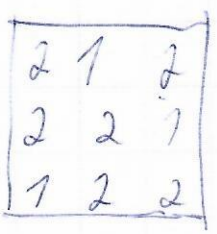
$c = 73$ $\quad 4 + 846 +$

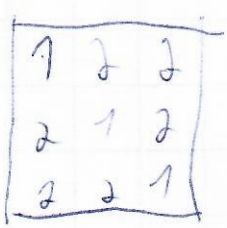
3. $\frac{141}{6}$

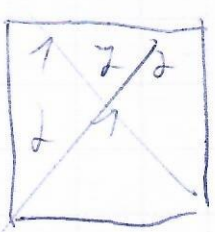
4. 6 әдіспен 846

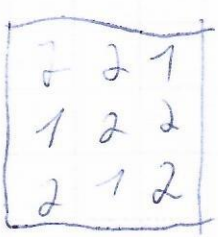
4.

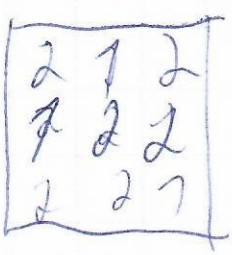


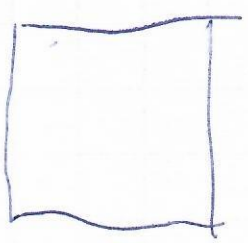












ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1. $a = 1\ 2^4$
$b = 1\ 2\ 4^2$
$c = 1^3\ 16$

2. $\frac{AG}{BC} = \frac{2}{1}$

3. $[1; +\infty)$

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \geq 5 + 1364 - 512$

$5618 \geq 1369 - 512$

$5618 > 857$

4.

1 2 2 2 1 2 2 2 1	1 2 2 2 2 1 2 1 2	2 1 2 1 2 2 2 2 1	1 3 1 1 1 3 3 1 1
2 1 2 2 2 1 1 2 2	2 2 1 1 2 2 2 1 2	2 2 1 2 1 2 1 2 2	1 1 3 3 1 1 1 3 1
3 1 1 1 3 1 1 1 3	3 1 1 1 1 3 1 3 1	1 3 1 3 1 1 1 1 3	1 1 3 1 3 1 3 1 1

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

Предположим, что $a=b=c$ - в таком случае равенство выполняется.

$a=b=c=1$.

$1+(1,1) = 1+(1,1) = 1+(1,1)$ => что при любом значении, если будет выполняется условие: $a=b=c$; $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$ - будет верно

$a; b; c \in (0; +\infty)$

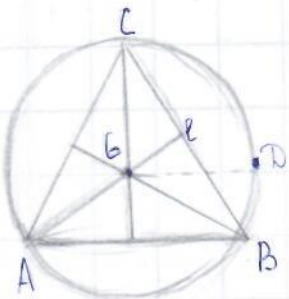
№4

Так как, числа больше 5 в сумме с другими числами 5 дать не могут поэтому при постройке таблицы используем числа: 0; 1; 2; 3; 4; 5.

получаются такие вариации: 0; 0; 5 - переставливать можно 3 раза; 3; 1; 1 - перес. 3 раза; 3; 2; 0 - перестан. 4 раза; 1; 2; 2 - перест. 3 раза; 1; 4; 0 - перест. 6 раз => 3+3+4+3+6 = 19 раз => таблицу можно заполнить 19-ю способами

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№2



Дано: $\triangle ABC$; окр. описан. G - центр пересечения медиан

G - центр окр.; GD - радиус $\Rightarrow$ GA - радиус

Найти: $\frac{AG}{BC}$

Медиана - делит сторону пополам

$BC = a$ $A\ell$ - делит a на пополам $\Rightarrow$ $C\ell = B\ell = \frac{1}{2}BC$

№3

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

сл. I $a>0$; $b>0$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512 \Rightarrow a; b \in (0; +\infty)$

пол + пол + пол $\geq$ пол + пол - отр

сл II $a=0$; $b=0$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512 \Rightarrow a; b$ могут $=0$ $a; b \in [0; +\infty)$

$0 + 0 + 0 \geq 0 + 0 - 512$

сл: III $a<0$; $b<0$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512 \Rightarrow a; b$ могут <0, так как неравенство справедливо:

"$-$"^{2} = + "$-$"$\cdot$"$-$" = +

пол + пол + пол $\geq$ отр - отр - отр

От всего выше написанного $\Rightarrow$ $a; b \in (-\infty; +\infty)$ - и при этом неравенство будет соблюдено

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512 \geq 0$

$a(a+141b-5)+b(5476b-1364)+512 \geq 0$

I $a=-1$; $b=-1$.

$-(-1-141-5)+(-1)\cdot(-5476-1364)+512 \geq 0$

$-(-147)+(-1)(-6840)+512 \geq 0$

$147+6840+512 \geq 0$

$7499 \geq 0$

II $a=1$; $b=1$

$(1+141-5)+(5467-1364)+512 \geq 0$

$137+4103+512 \geq 0$

$4752 \geq 0$

III $a=-1$; $b=1$

$-(-1-141-5)+(5467-1364)+512 \geq 0$

$-(-147)+4103+512 \geq 0$

$147+4103+512 \geq 0$

$4762 \geq 0$

IV $a=1$; $b=-1$

$(1+141-5)+(-1)(-5476-1364)+512 \geq 0$

$137+(-1)\cdot(-6840)+512 \geq 0$

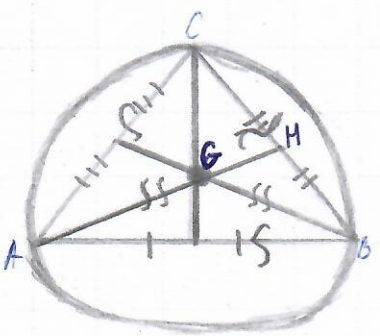
$137+6840+512 \geq 0$

$4489 \geq 0$

Т.к. все случаи верны $\Rightarrow$ да, в справедлива неравенство.

№2

$\frac{AG}{BC}=?$


C
G
H
A
B
1
1
1

№1 $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

если $a=1 \Rightarrow 1+x=b+c=c+b$

$b+c=y \Rightarrow 1+x=y$

$x=y-1 \Rightarrow x=(b+c)-1=b+c-1$

$1+x=2+6=6+2 \Rightarrow 1+x=8=8$

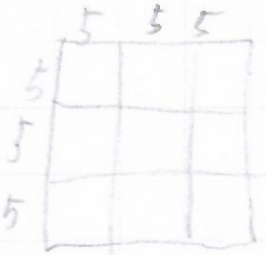
$a=1$
$b=2$
$c=6$

$x=(b+c)-1=2+6-1=7$

$8=8=8$

№4

$x \in [0;9]$ – 10 цифр $\Rightarrow n=10$



$\Rightarrow$ данное получится 12 раз по 5 $C_{12}^{5}=\frac{12!}{5!\,7!}=\frac{8\cdot 9\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}=$

$=22\cdot 12\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 0+44=264$

$=492$

$A_{12}^{10}=\frac{12!}{10!}=11\cdot 12=121$

$\frac{A_{12}^{5}}{A_{12}^{10}}=\frac{492}{121}\approx\frac{66}{121}\approx 6$ способов

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик

$1 + 1 = 2 + 6 = 6 + 2$

$b = 2$

$c = 6$

$a = 6$

$b = 4$

$c = 2$

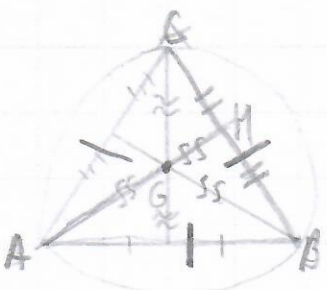
$6 + 3 = 9 + 2 = 2 + 3$

$6 + 2 = 4 + 2 = 2 + 2$

492

726

66



$a = 7$

$b = 2$

$c = 4$

$1 + 2 = 2 + 2$

492 | 121
242 | 2+c
250
484
0 6 CO

$a^2 + 41ab + 5476b^2 - 5a - 1436b + 512 \geq 0$

$a(a + 1418) +$

$a(a + 141b - 5) + b(5476b - 1436) + 512 \geqslant 0$

$-x + x + 512$

5476
1364
6840

6840
659
7499

137
512
649

4103
649
4752

4103
144
4247
512
4759

6840
649
7489

$a + x = b + x = c + x$

$a = 1$

$b = 5$

$c = 6$

$a = 3$

$b = 12$

$c = 4$

$2 + 4 = 1 + 2$

$3 + 3 = 12 + 3$

$1 + 3 = 3 + 6 = 6 + 3$

$a = 1$

$a + x = b + c = c + b$

3	0	4	1
5	1		2
2			

$7 + 7 = 14 + 4 = 21 +$

$n = 12$

$x \in [0;9]$

$A_{12}^{12} = \frac{12!}{10!} : 11 \cdot n = 132$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

~~4. [illegible]~~

2. 

$\frac{AG}{BC} - ?$

4. 1+1+3 | 1+1+3 | 1+1+3 | 1+3+0 | 2+1+2 | 4+1+0 | 5+0+0
2+3+0 | 2+3+0 | 3+1+1 | 0+2+3 | 1+2+2 | 0+4+1 | 0+5+0
5+0+0 | 2+1+2 | 1+3+1 | 3+0+2 | 2+2+1 | 1+0+4 | 0+0+5
4+1+0 | ∨ | ∨ | ∨ | ∨ | ∨ | ∨
2+1+2 | 31 | 11 | 21 | 11 | 21 | 11

Otbet: 106 способов

3. $a^2 > a$
$b^2 > b$ → справедливо для любых чисел.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БҒҒ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3 $a, b, c \in N$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 148ab - 7ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$(a + 74b)^2 \geq 5a + 7ab + 1364b - 512$

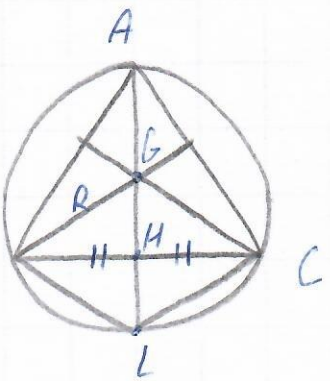
~~$(a+74b)^2$ - квадрат $\geq$ больше~~ всегда больше единицы

Дальше т.к при подстановки минимальных значений $a=1$ $b=1$

$(1 + 74 \cdot 1)^2 \geq 5 \cdot 1 + 7 \cdot 1 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512$, а при увеличении корней будет увеличиваться.

Тождество доказано

№2



G - центроид, точка пересечения медиан $\Rightarrow$ BG - радиус описанной окружности R ; т.к $BH = CH$, ~~BL=BC~~. точка G симметрична точке L на описанной окружности $\Rightarrow GL = R$ и $GH = HL$. где H ось симметрии на BC. GH - высота т.к G - центр окружности. $\Rightarrow \angle GHL = \angle GHB = 90°$ $GH = HL$ и BH - общий $\Rightarrow \triangle BHL = \triangle BHG \Rightarrow BG = BL = R$ и $GL = R \Rightarrow \triangle BGL$ - равносторонний $\Rightarrow \angle BGL = \angle GBL = \angle BLG = 60° \Rightarrow$ ~~бұрыш~~ $\frac{BH}{BG} / \frac{BH}{AG} = 60°$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$\sin \angle BGL = \sin 60° = \frac{BH}{BG} = \frac{BH}{AG} = \frac{BC}{2 \cdot AG} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \frac{BC}{AG} = \sqrt{3} \Rightarrow AG = \frac{AG}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

№4

Число в сумме ^{3} чисел равна 5 можно написать так

$5 = 2+3+0$

$5 = 1+2+2$

$5 = 0+5+0$

$5 = 1+4+0$

т.к мы можем переписать варианты в таблице 3×3 то кол-во вариантов будет равно перестановки от 4

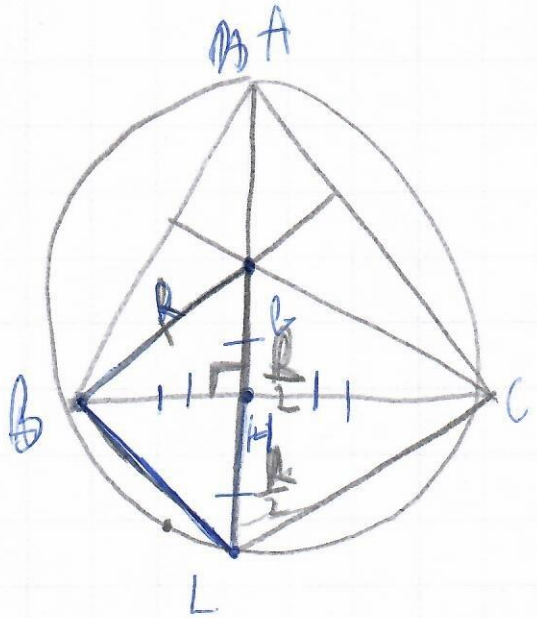
$P_4 = 4! = 24$

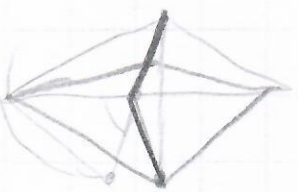
№1

Не знаю

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик





74

$$R^2 = \frac{R^2}{4} + x$$

$$\frac{4R^2 - R^2}{4} = \sqrt{\frac{3R^2}{4}} = \frac{\sqrt{3R^2}}{2}$$

$$\frac{R}{\sqrt{3R^2}} = \frac{\sqrt{3}R}{3}$$

3407
-28
000

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$1364в - 512$

1024

340

$C_9^3 = \frac{9!}{3!6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{6}$ человек

$\sqrt{1364} =$

1364 | 4

12 | 341

16

16

1	2	2	= 5
2	1	1	= 5
2	2	1	= 5
= 5	= 5	= 5	

0	0	5
0	5	0
5	0	0

x2 на их другой диагонали

22 | 3

24

2.1

x 341

5

1705

1364

- 1728

1599

2679

53

x 53

159

265

2809

2	0	3
2	3	0
1	2	2

1.

x 74

296

518

5476

4.3.

x 76

7.6

456

+ 532

5776

1364

256

1300

$\sqrt{13364}$

$5a^2 + 2\sqrt{3416}$

1364в

1040

$5 = 2 + 3$

$5 = 1 + 4$

$5 = 0 + 5$

76

x 2

148

$a^2 + 141ab + 5476в^2 \geq 5a + 1364в - 512$

1024в+в 341в

$a^2 + 141ab - 7ab + 74в \geq 5a + 1364в - 512$

$2(a + 74в)^2 \geq 5a + 7ab + 1364в - 512$

$10a + 14ab + 2728в - 1024$

1364

$512(a + 74в)^2 \geq 512\ 5(a + 5a(в + 1) + 2в(a +$

$+ 2ab$

2

x 74

6

444в

2

x 74

5

370в

$5(a + 74в)$

$2^9(2в - 1)$

4a

1024в - 512

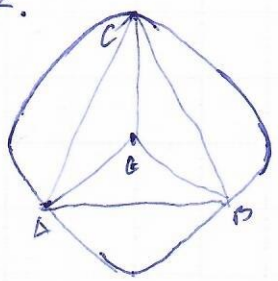
$2\sqrt{5a} \cdot$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ ∅

Ж: Бұл есеп шешімдері, себебі, дұрыс құрылмаған

2.



Б/ш ABC_{Δ} - үшбұрыш
G - центроид

Т/к $\frac{AB}{BC}$ - ?

Ж: Мейіз ойынша $\frac{4}{5}$ себебі, бұл сан дәлді көрінеді.

4. $n=5$ $m=3$ $A_6^3 = \frac{6!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{2!3\cdot4\cdot5\cdot6}{2!} = \cancel{120.}\ 60$

Т/к A-?

Ж: 3х3 тақтаған $\overset{60}{\cancel{120}}$ әдіспен толтырып шығуға болады

✱ 3. $a^2+141a\cdot b+5476b^2 \geq 5\cdot a+1364b-512$

Кез келген екі санды алсақ, Мысалы, $a=0$ $b=1$ деп алатын болсақ

$0^2+141\cdot0\cdot1+5476\cdot1^2 \geq 5\cdot0+1364\cdot1-512$

$5476 \geq 852$

Жауабы дәлелденген болатынды көрсетуге алуға болады. Тіс қандайда цифрлы таңдамасақ бұл теңсіздіктің өзгермейтіне көз жеткізе аламыз.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 50 + 13646 - 512$ масыл: $a=0$ $b=1$

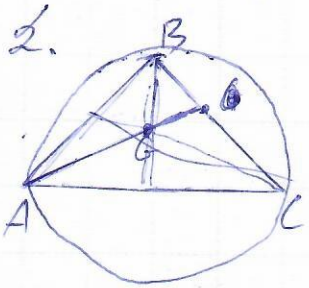
$0^2 + 141 \cdot 0 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 0 + 1364 \cdot 1 - 512$

$5476 \geq 852$ ж М: Бұл теңсіздік дәлелденді

М:

4. $A_6^3 = \frac{6!}{3!} = \frac{5! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3!} = 120$ әдіспен ~~болтыруға~~ болады.

М: 3 ~~ж~~ тақтаған 120 әдіспен ~~толтыруға~~ болады.

2. 

Бұл $\triangle ABC$ - үшбұрыш

AG - медиана

$T/K \frac{AG}{BC}$ - ?

М: $\frac{4}{5}$ деп айтпаймын

Себебі әдепі көрінеді

1. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$1 + (2, 3) = 2 + (3, 1) = 3 + (1, 2)$

$5, 5 \quad 5, 1 \quad 4, 2$

$$\begin{cases} a+(b,c)=0 \\ b+(c,a)=0 \\ c+(a,b)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-(b,c) \\ b=-(c,-(b,c)) \\ c+(a,b)=0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} a=-(c\cdot(b,c),c) \\ =b=(b,c \\ c=-(-(c,b,c),c,b) \end{array}$$

М: Бұл есеп шешілмейді. ∅

4. $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2!} = 60$ бұрыс

Черновик

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

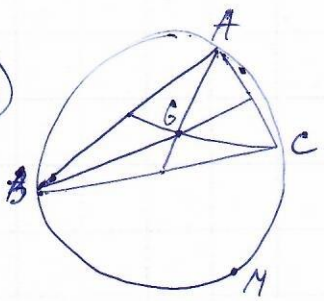
1) $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

a,b,c – натурал сандар

(x,y) – x пен y тің ең үлкен ортақ бөлгіші

$a=1, b=10, c=100$

$a=2, b=20, c=200$

2) 

ΔABC, G – ауырлық, M – симметриялы нүкте

$BC = D$

т/к: $\frac{AG}{BC} = ?$

шешуі: $BC = D$, $AG = R$

$\frac{AG}{BC} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$

3) $a^2+141ab+5476b^2 = 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2 = 5a-512+1364b$

$a^2 \geq 5a$ $\quad$ $5476b^2 \geq 1364b$

$a^2-5a \geq 0$ $\quad$ $5476b^2-1364b \geq 0$

$a(a-5) \geq 0$ $\quad$ $4b(1369b-341) \geq 0$

$\cup$ $\cup$ $\quad$ $\cup$ $\quad$ $\cup$

0 5 $\quad$ 0 $\quad$ $\frac{341}{1369}$

Сол жақтағы өрнек үлкен. Себебі теңсіздік таңбасы плюс, a және b-ға көбейтілген

4) $A_5^3 = \frac{5!}{2!} = \frac{3\cdot4\cdot5}{1} = 60$ $\quad$ 0,0,5 ; 0,1,4; 0,2,3; 1,2,2; 1,1,3.

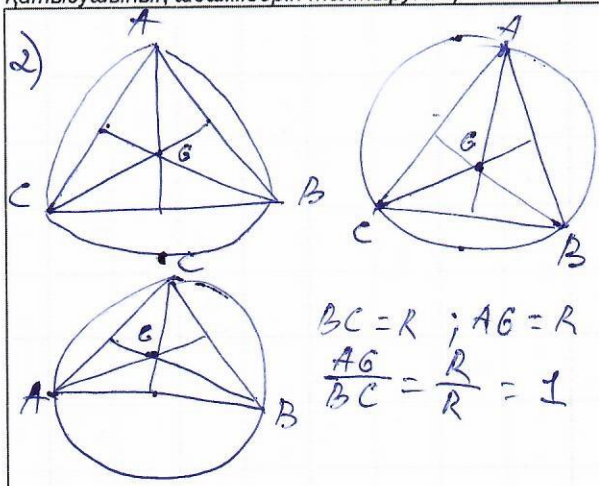
$P_5 = 5! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5 = 120$ $\quad$ 5 жұп

мысал:

500	500	050	050	005	005
005	050	005	500	500	050
050	005	500	005	050	500

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

2)



$BC = R$; $AG = R$

$\frac{AG}{BC} = \frac{R}{R} = 1$

3) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Если $a = 2$, $b = 1$

$4 + 141 \cdot 2 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 2 + 1364 \cdot 1 -$

$+5476$ $+1364$

$+282$ $+512$

$5762 \geq 1886$

141 | 11 | 12,81

11

31

22

90

88

20

141 | 3 | 47

12

21

512

$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

$a(a + 141b - 5) + b(5476b - 1364) - 512 \geq 0$

1) $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$b = 10$ $a = 1$ 10, 2, 5

$c = 5$

4)

0	1	4	3	2	0
0	4	1	2	3	0
5	0	0	0	0	5

$C_5^3 = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$

$P = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

$A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$

5	0	0	0	1	4
0	0	5	4	0	1
0	5	0	1	4	0

(4)

5476 | 3 | 1825

3

24

7

6

16

15

1

3) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a - 512 + 1364b$

$\begin{cases} a + 141 + 5476b \geq 5a - 512 + 1364b \\ -4a + 653 + 4112b \geq 0 \end{cases}$

$a^2 + 5476b^2 \geq 5a + 1364b$

$\frac{a}{a} \quad \frac{ab}{b} \quad \frac{b}{a}$

$\frac{a}{b} + 141 + \frac{5476b}{a} \geq$

$5a - 512 + 1364b$

5476 | 2 | 1369

2738

14

7

13

16

18

$\frac{a^2 + 141ab + 5476b^2}{ab} \geq \frac{5a - 512 + 1364b}{ab}$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a^2b - 512ab + 1364b^2a$

0,0,5	1,2,3	014 104
0,1,4	1,3,1	140 410
0,2,3		401 140

1364 | 2 | 682 | 2 | 341

16

человек

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

1 задание.

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

2 задание.

$\frac{AG}{BE}$ - ? ~~$BA \parallel HG_1$~~, $AG = HG_1$



Ответ: $\frac{2}{3}$

3 задание.

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2 * -5a-1364b+512 \geq 0$

a^2 - положительное число $5476b^2$ - положительное число

$a^2+5476b^2+512$ - в любом случае >0 и >512

Рассмотрим $141ab-5a-1364b$:

при $a=0$ и $b=0$ выражение $=0$, ⇒ минимальное значение всего выражения $=512$. ~~Доза~~ Доказательство:

$a^2+5476b^2+512 > 141ab-5a-1364b$ ~~в любом~~ при любых значениях a и b, даже отрицательных.

~~Рассмотрим несколько случаев:~~ 1) $a<0$, $b \geq 0$, ~~$a<b$~~ ✓

$141ab-5a-1364b = 141ab+5a+1364b = a(-141b-5)+1364b \Rightarrow$ (положительное)

$\Rightarrow$ ~~$141b-5<1364b \Rightarrow$~~ число положительное

2) ~~$a \geq 0$~~, $b<0$, $a \neq b$ (положительное)

$141ab+5a+1364b = b(-141a-1364)+5a$ - число положительное

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
ҰЛТТЫҚ РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Вывод: неравенство справедливо для любых действительных a, b, т.к. величина $a^2+5476b^2+1592$ количество отрицательность выражения $141ab-5a-1364$ и общее неравенство больше 0, т.е. положительное

4 задание:

1
0	1	4
4	0	1
1	4	0

2
0	4	1
1	0	4
4	1	0

3
0	3	2
2	0	3
3	2	0

4
0	2	3
3	0	2
2	3	0

5
2	0	3
0	5	0
3	0	2

6
3	0	2
0	5	0
2	0	3

7
1	0	4
0	5	0
4	0	1

8
4	0	1
0	5	0
1	0	4

9
5	0	0
0	5	0
0	0	5

10
0	0	5
0	5	0
5	0	0

Ответ: 10 наборов.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик.

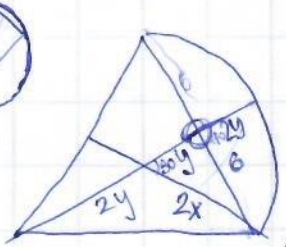
① $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$x+y=j+k$

② 

$\frac{AB}{BC}$ - ?

$AB=HB, BB_1$



$\frac{1}{3}$

③ $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2-5a+1364b+512 \geq 0$

$a(a+141b-5)+b(5476b-1364)+512 \geq 0$

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512 \geq 0$

a^2 - полож $\quad b^2$ - полож.

$a^2+5476b^2$ = полож. в любом случае

$141ab-5a-1364b+512 \geq 0$ $\quad a=-12 \quad b=-3$

141ab - полож если $a \geq 0 \quad b \geq 0$, или $a<0 \quad b<0$

141ab - отриц если $a>0, b<0$ или $a<0 \quad b>0$

$141ab-1364b$ - полож

$512+a^2+5476b^2 > 141ab-5a-1364b$

④

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

0	2	1
2	0	2
3	2	0

0	1	4
4	0	1
1	4	0

2

0	5	0
5	0	5
0	5	0

5	0	0
0	5	0
0	0	5

2, Чернобик

6 8 10

0	4	1
1	0	4
4	1	0

		1
1	4	1
1	1	

2		3
	5	
3		2

2

0	2	3
3	3	2
3	3	

2

x	x	y
	y	

1) $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

$a+(b,c) < b$ $\quad (b,c) < b-a$

$b+(c,a) < c$ $\quad (c,a) < c-b$

$c+(a,b) < a$ $\quad (a,b) < a-c$

$a+(b,c) < b$

~~1~~, ~~2~~, ~~3~~, 6, ~~9~~, ~~12~~, 12, 15

~~3~~, ~~8~~, ~~18~~ ~~3~~, ~~15~~ 3, ~~18~~, 15, 1

1, 1, 4 2, 4, 6

~~1~~, ~~11~~, ~~12~~, ~~22~~

~~11~~ ~~10~~, 20, ~~30~~, ~~40~~, ~~35~~

~~20~~, 25, 35, 45 ~~27~~, ~~36~~, ~~45~~

~~2~~, ~~11~~, ~~22~~, ~~33~~ 1, ~~11~~, 132, 143 1, 4, 8

5, 6, 7 4, 7, 9

2, 3, 4, 8

1, 4, 8

11 × 13 = 143

11 × 12 = 132

1, 11, ~~21~~

~~11~~, ~~12~~, 14, 18

BC - самая длинная сторона

b

A

D

а медиана самая короткая

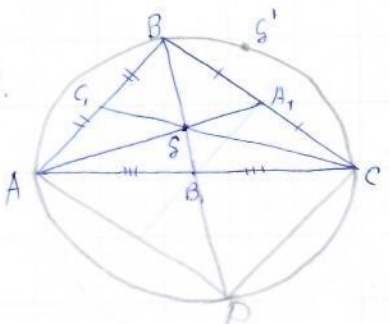
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1. $a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

$(x;y) \Rightarrow$ ЕҰОБ (x және y)

$[a=b=c] \in P$

2.



$\frac{AS}{SA_1} = \frac{BS}{SB_1} = 2$

$AS = 2 \quad A_1S = 1$

$BA_1 = \sqrt{2}$

$AS = \frac{BS}{SB_1} \cdot SA_1$

$\frac{AS}{BC} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

3. $a^2 + 141ab + 54766^2 \geq 5a + 13646 - 512$

$a^2 + 141ab + (746)^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 148ab + (746)^2 \geq 5a + 1364b + 7ab - 512$

$(a + 746)^2 \geq 5a + 1364b + 7ab - 512$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ГЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4.

1	1	3
1	3	1
3	1	1

1	2	2
2	2	1
2	1	2

0	1	4
1	3	1
4	1	0

0	2	3
2	1	2
3	2	0

0	0	5
0	5	0
5	0	0

$2^3 = 8$ $2^3 = 8$ $2^3 = 8$ $2^3 = 8$ $2^3 = 8$

$8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 32$ әдіс

Жауабы: 32 әдіс.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1) $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$ $\quad a,b,c \in \mathbb{N}$

$(b,c), (c,a), (a,b)$ - наибольшие общие делители

4) таби 3×3, цифры от 0 до 9 включительно

1	2	2	0	0	5	4	1	0	3	1	1	4	1	0
2	1	2	0	5	0	0	4	1	1	3	1	0	2	3
2	2	1	5	0	0	1	0	4	1	1	3	1	2	2

$\frac{9!}{7!} = \frac{7!\cdot 8\cdot 9}{7!}$ $\quad$ 72 $\quad$ $\frac{9!}{6!} = \frac{6!\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{8!}$ $\quad$ 72 $\quad$ $\frac{9!}{4!} = \frac{4!\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{4!}$

72 $\quad$ 72 $\quad$ $72\cdot 7 = 504$ $\quad$ $30\cdot 504 = 15120$

$5+0+0$ $\quad$ $\frac{9!}{8!} = 9$ $\quad$ 15120 ~~1520~~

\+ + +

$0+2+3$

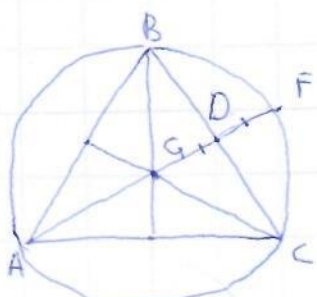
\+ + +

$0+3+2$

$\frac{9!}{5!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{5!} = 504\cdot 6 = 3024 \Rightarrow 72\cdot 3 + 504 + 15120 + 3024 = 216 + 15624 + 3024$

$= 15840 + 3024 = 15864$ - Ответ

2)



$\frac{AG}{BC} = ?$

$AG = GF = GB = GC$

BGC - п/о Δ

$GF = \frac{1}{2}GD$

$\left(\frac{GF}{2}\right)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = GC^2 = AG^2$

$\frac{AG}{BC} = \frac{3}{4}$ - Ответ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

>0 >0

Ответ:

переменные a, b, находящиеся в первой части неравенства, дадут в любом случае значение больше (при подстановке любых действительных чисел), чем вторая часть

$\Rightarrow$ данное неравенство является справедливым для любых $a, b \in \mathbb{R}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№4

0; 1; 2; 3; ~~4; 5; 6; 7; 8; 9~~

1	1	3	=5
1	3	1	=5
3	1	1	=5
=	=	=	
5	5	5	

1-й способ

3	1	1	=5
1	3	1	=5
1	1	3	=5
=	=	=	
5	5	5	

2-й способ

$5 = 5+0+0$
$5 = 4+1+0$
$5 = 3+2+0$
$5 = 3+1+1$
$5 = 2+2+1$

3	0	2
2	3	0
0	2	3

3-й способ

2	0	3
0	3	2
3	2	0

4-й способ

0	0	5
0	5	0
5	0	0

5-й

5	0	0
0	5	0
0	0	5

6й

1	0	4
0	4	1
4	1	0

7й

4	0	1
1	4	0
0	1	4

8-й

2	2	
2	2	
1	1	

Ответ: 8 ~~шта~~ способов

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

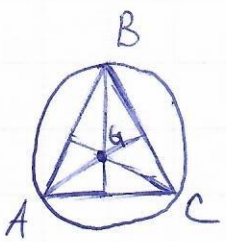
Черновик

№1 $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$a=1$
$b=1$
$c=1$

$1+1=1+1=1+1=2$

№2



Дано: $\triangle ABC$

G- центроид

Найти $\frac{AG}{BC}$

№3 $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

76
$\times 76$
456
532
5776
74
$\times 74$
296
518
5476

т.к a и b стоят во второй степени, то для любых дей-ых значений будет справедливо нер-во.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

:4) 0; 1; 2; 3; 4 - 5 чисел, которые в сумме = 5.

4+0+1=5	1+3+1=5	1+2+2=5	3+2+0=5
0+1+4=5	1+1+3=5	2+1+2=5	2+3+0=5
1+4+0=5	3+1+1=5	2+2+1=5	0+2+3=5
			0+3+2=5

Имеется 9 клеток.

$5 \cdot 9 = 45$ способов

3) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364 - 512$, если $a=2$ $b=1$.

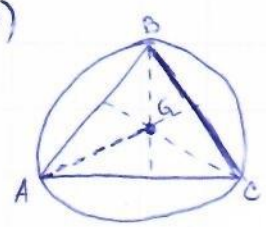
$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 2 + 1364 \cdot 1 - 512$

$4 + 282 + 5476 \geq 10 + 1364 - 512$

$5762 \geq 862$

$5480 + 282 = 5762$ $\quad$ $1374 - 512 = 862$

2)



$\frac{AG}{BC} = ?$ Отрезок AG перпендикулярен отрезку BC.

1) $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$ $\quad$ $\begin{cases} a+b=x \\ a+c=y \end{cases}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Черновик

1) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

2)

3) $a^2+141ab+5436b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5436b^2-5a+1364b-512 \geq 0$

$2^2+141\cdot 2\cdot 1+5436\cdot 1^2 \geq 5\cdot 2+1364\cdot 1-512$

$4+282+5436 \geq 10+1364-512$

$5480 \quad 5362 \geq 862 \qquad 1364-512=862$

$5480-282=5362$

$a^2+141ab-5a \geq 1364b-5436b^2-512$

$a(141b-5) \geq b(1364-5436b)-512$

$a=0 \quad 141b-5=0 \quad b \geq 0$

$141b=5$

$b=\frac{5}{141}$

4) $0,1,2,3,4$

$9\cdot 5=45$

3	2	0
2	2	1
0	1	4

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ҰЛТТЫҚ БІЛІМ БЕРУ ДАМЫТУ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4.

0	0	5
4	1	0
1	4	0

1	1	3
2	2	1
2	2	1

3	0	2
1	4	6
1	1	3

5 әдіс

3. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a=\pm 1 \quad b=\pm 1$

$1+141+5476 \geq -5+1364-512$

$a=1 \quad b>0:$

$1+0 \geq 5-512$

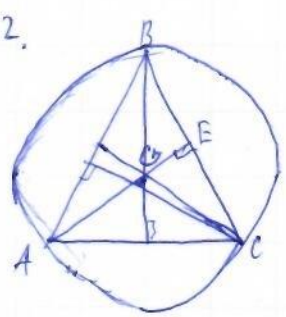
$a=-2 \quad b=1$

$4+282+5476 \geq -10-1364-512$

$D_a\ (-\infty;+\infty)$

$D_b\ (-\infty;+\infty)$

2.



ΔABC

$AO=CO=BO=R$

$BE=EC$

$BE=\sqrt{(BO)^2-(OE)^2}=\sqrt{R^2-(OE)^2}$

$\frac{BC}{AO}=\frac{\sqrt{R^2-(OE)^2}\cdot 2}{R^2}$

1.

$0^{\#}+(6,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$(x,y)=x;y \in \forall OБ$

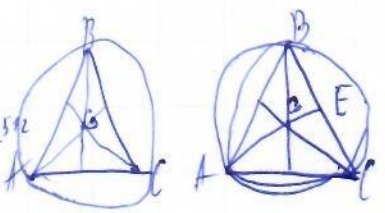
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница №







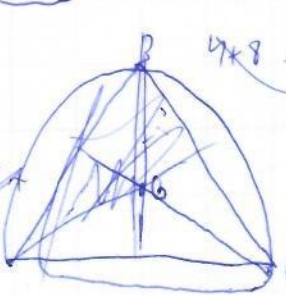














Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1.

$a + (b;c) = b + (c;a) = c + (a;b)$ $\quad a = b = c$

ЕҮОБ$(x;y) = 2$

$x_1 = 1$ $\quad x_2 = 2$

$y_1 = 2$ $\quad y_2 = 1$

Ң/б: $a = b = c$

ЕҚОБ$(1;2) = 2$

2.

AG - медиана жартысы

медиана - түскен кесіндісін.

тура ортасынан бөледі.

сондықтан, $\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$

Ң/б: $\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$

3.

$a^2 + 14 \cdot aB + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 5 \cdot 2$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

4. Қосындысы 5-ке тең болу үшін {0;1;2;3;4;5} цифрларын қолдана аламыз.

4	1	0
1	0	4
0	4	1

1

2	3	0
0	2	3
3	0	2

2

5	0	0
0	5	0
0	0	5

3

1	1	3
3	1	1
1	3	1

4

2	1	2
1	2	2
2	2	1

5

0	4	1
3	0	2
2	1	2

6

5	0	0
0	3	2
0	2	3

7

4	1	0
1	4	0
0	0	5

8

1 қатардағы орын ауыстыруға 3 әдісі бар. Оны 6-ға көбейтеміз., содан 8-ге

$3 \cdot 6 = 18$ $18 \cdot 8 = 144$

3×3 тақтасын толтыруға 144 тәсіл болады.

Ж/б: 144 әдіс

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ГЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1 $a+(b,c)=b+(c;a)=c+(a,b)$

$a=c=b$

ЕҰОБ$(x;y)=2$

$x_1=1$ $x_2=2$

$y_2=2$ $y_1=1$



2. AG - медиана жартысы

Медиана - түскен кесіндіні тура ортасынан қиып өтеді. $\frac{AG}{BC}=\frac{1}{2}$

18
8 6
144

3. $a^2+144aB+5476B^2 \geq 5a+1364B-512$

5	0	0
0	3	2
0	2	3

4	4	0
1	4	0
0	0	5

4. Қосындың 5-ке тең болу үшін {0;1;2;3;4;5} цифрларын қолдана аламыз.

4	1	0
1	0	4
0	4	1

2	3	0
3	0	2
0	2	3

5	0	0
0	5	0
0	0	5

1	1	3
3	1	1
1	3	1

2	1	2
1	2	2
2	2	1

~~4~~ 16: 6 - тәсілі бар.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

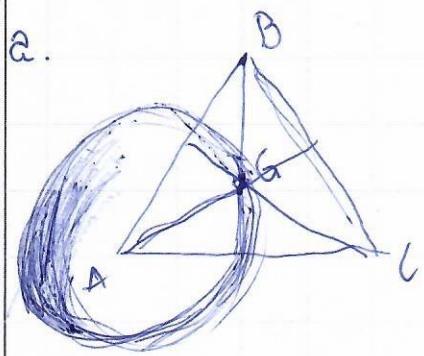
1 $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$a=c$, $c=b$, $a=b=c$

$\text{ЕҮОБ}(x;y)=2$

$x_1=1$, $y_1=2$, $x_2=2$, $y_2=1$

2.



AG - медиана нартық.
медиана тұскен кесіндісін тура ортасынан қиып өтеді.

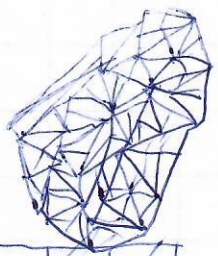
$\frac{1}{2}=\frac{AG}{BC}$

5476

3. $a^2+14\,1ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$(a^2+14\,1ab+5476b^2-5a-1364b+512\geq 0$





3+3+3+3+3+

$3\cdot 6=18$

4.

0	4	1
1	0	4
4	3	0

0;1;2;3;4;

0	2	3
2	3	0
3	2	0

1	1	3
3	1	1
1	3	1

4

0	4	1
2	1	2
3	0	2

1

4	1	0
1	0	4
0	4	1

2

2	3	0
3	2	0
0	0	5

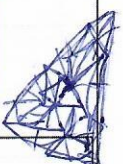
3

5	0	0
0	0	5
0	5	0

2	1	2
2	2	1
1	2	2

5

0	4	1
3	0	2
2	4	2



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

N3

Кез келген нақты a, b сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеу.

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 141ab + 7ab - 7ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 148ab - 7ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a + 74b)^2 - 7ab \geq 5a + 1364b - 512.$$

Теңсіздіктің оң кез келген a, b нақты мәнінде дұрыс болуы

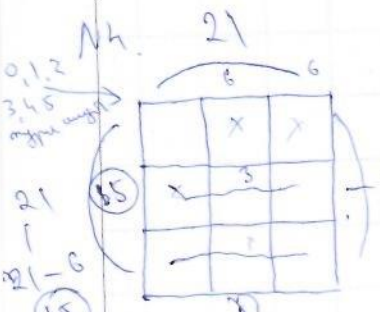
1)

a мен b сол жағында квадраттағы тұр $a^2, b^2 > a, b$. және a мен b - бүтін сан болған жағдайда a^2, b^2 - оң болады. 2) Сол жақ теңсіздік тек қана оң мәнімен тұрмыт тұр. оң жақта үйлесімі бар. 0 саны қойғанда $0 \geq -512$ болады.

5476 1364 тен мәнімен неше үлкен b мәні қойғанда неше үлкен болады

Ж: Солай

N4. 21



Бұл жерде бізгеңдер мен қатарлардың цифрларының қосындысы 5 болу үшін тек қана 0, 1, 2, 3, 4, 5 цифрлары қолданылады. 6, 7, 8, 9 қолданылмайды.

1-ші қатар (00)5, 023 (11)3 410 (27)1

31 $\frac{31}{2}$ 31 $\frac{31}{2}$

6 3 6 3

(53) $\frac{31}{2}$ 3

15+21+3+1+1=41. немесе (53) 21-6=15. (21)

Ж: 41 (53)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

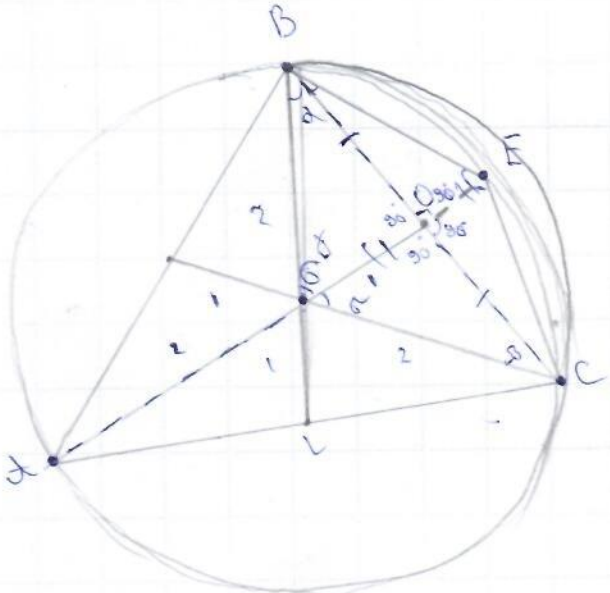
Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

№2 $\triangle ABC$, G - центроид

G мен $\triangle ABC$ симметриялы E.

E $\triangle ABC$ сыртқы сызықтың шекара бойынша.

$\frac{AG}{BC} - ?$



Медианалар қиылысу нүктесінде 2:1 қатынасында бөлінеді. G тең ауырлық, медиандар $\triangle$ бөледі.

BC мен G нүктесіне E нүктесі сәйкес қатынастың симметриясы бойынша

$GO = OE$, яғни OE, GO медианасының жалғасы. $BO = OC$ медианың ортасы болғандықтан $BE = EC$, өйткені E - BC-ға симметриялы.

Сонда $\triangle EOF$ FO $\triangle BEC$ медианасы GO бойынша әрі биссектриса, әрі бойынша бөлінуі бойынша $BE = EC$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BOE = EOC = 90°$

Онда $\angle GOB = \angle GOC = 90°$

$\angle GOB = \angle GOC = 90°$ болса және $\angle BOE = \angle COE = 90°$ болса, онда ол қалыпты квадрат, қалыпты ромб. BGEC

$R = \frac{abc}{4S}$ $GO = OE$ - симметриялы болғандықтан онда BGCE квадрат. Ромб

өйткені BC мен GE диагональдары тең болғандықтан $\angle BGO = \angle OGC \rightarrow \angle B = \angle C. \Rightarrow$

$\triangle BEC$ теңбүйірлі

$\alpha = \beta = \gamma = \frac{B}{2} = \frac{C}{2}$.

$S_{\triangle AGL} = \frac{1}{2}ab$

$\sin\gamma = \frac{OB}{2x}$

$\sin\theta = \frac{OC}{2x}$

Егер де медианалар $\frac{1}{2}$ қатынастағы тең болса. $AG = BG$

Жж

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Ержовсак

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 3

№5

Кез келген нақтыл a, b сандары үшін келесі теңсіздік дұрыс болады 74.74

$a^2 + 141ab + 54766b^2 \geq 5a + 13646 - 512$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$a^2 + 141ab + 54766b^2 - 5a - 13646 + 512 \geq 0$

$5a$

$(a^2 - 5a) + (141ab + 54766b^2 - 13646) + 512 \geq 0$

Бірінші ден $a(a-5) + b(141a + 54766b - 13646) + 512 \geq 0$

$a^2 + 141ab + 54766b^2$ - өрнек a мен кез келген нақтыл сандарды үшін болып алады, өйткені ол қосындының түрінде. теңсіздіктің 2-сөл сол жағындағы әйтеуір бір оң 1)

2) a мен b $a^2 + 141ab + 54766^2$ - квадраттан тұр, яғни сол жағын қарастырған кезде a мен b оңай өрнек болады

$a^2, b^2 > a, b$

$a^2 + 141ab + 54766b^2$ - $(a + 746)^2$ - шамамен келеді.

$a^2 + 141ab + 7ab - 7ab + 54766^2 = (a+746)^2 - 7ab$.

6, 7, 8, 9 - қалдық ақыл бір 5 мен үшін

4)

1	2	2
2	2	1
2	1	2

0 1 4 041
0 2 3 050
0 3 2

$P = 31$ 1-қатар

0, 1, 2, 3, 4, 5 үшін сандар

Қалдықтар

$P_1 = \frac{61}{2121} = \frac{720}{8} = 90$

0-2
2-2
1-2

x	y	2
y		
2		

$6 + 50 = 96$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

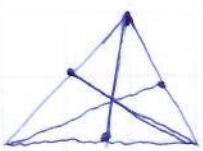
Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

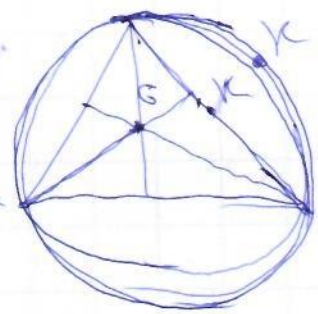
Черновик

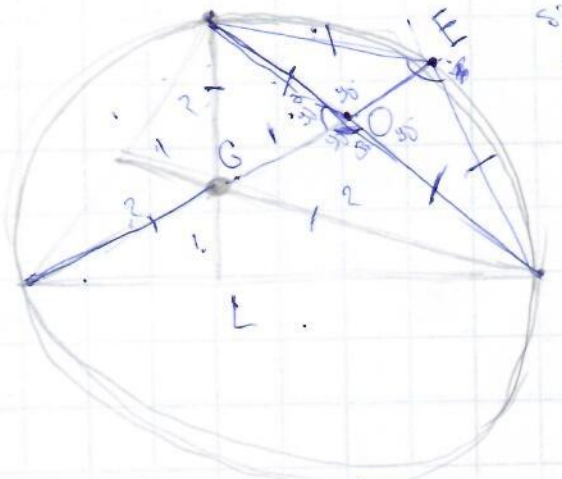
N1.

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$.

N2









Мұнымыз дұрыс емес бірдей Δ болады,

2:1 болатын дұрыс. ~~ΔAB Δ тікбұрышты, ойткені~~

F симметрия болса, онда EG - диаметр болса, онда шеңберге сырттай сызылған R

$R = \frac{abc}{4S}$

$S = GAGL$, ~~AG = BG~~ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

BE = EC ойткені

симметрия

$\frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$

OE - медиана да биссектриса

1) Сонда OE - медиана

онда BEO теңбүйірлі болғандықтан

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

1) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$(b,c),(c,a),(a,b)$ = НОД (x,y) =>

$a+(b\cdot c)=b+(c\cdot a)=c+(a-b)$.

$a,b,c \in N$ (любое натуральное число) =>

$1+(1\cdot 1)=1+(1\cdot 1)=1+(1\cdot 1)$ - верно.

$2+(2\cdot 2)=2+(2\cdot 2)=2+(2\cdot 2)$ - верно

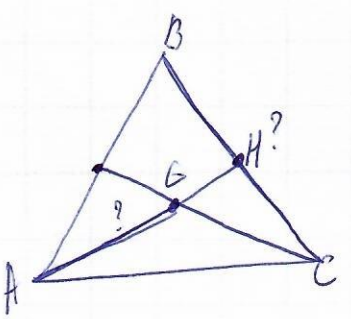
$3+(3\cdot 3)=3+(3\cdot 3)=3+(3\cdot 3)$ - верно

2) Дано: $\triangle ABC$

G - центроид.

т.Б сим. BC.

Найти: $\frac{AG}{AC}$.



Решение.

$\triangle ABC$.

$BC = BH + HC$ =>

$\triangle GHC$ - прямоугольный =>

$HC = GC - GH$ (по теор. гипотенузы и катета) =>

$BC = (GC - GH)\cdot 2$

$AG = GH2$ =>

т.Б делит AH как 2:1 => $\frac{AG}{BC} = \frac{GH2}{2(GC-GH)} = \frac{GH}{(GC-GH)}$

ответ: $\frac{GH}{(GC-GH)} = \frac{AG}{AC}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3) $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

Чтобы проверить, подставим число $\Rightarrow$ $(a, b = 1)$

- $1^2+141\cdot 1\cdot 1+5476\cdot 1^2 \geq 5\cdot 1+1364\cdot 1-512$

$1+141+5476 \geq 5+1364-512 =$

$5618 \geq 857$ - верно.

$(a, b = -1)$

- $(-1)^2+141\cdot(-1)\cdot(-1)+5476\cdot(-1)^2 \geq 5\cdot(-1)+1364(-1)-512$

$1+141+5476 \geq -5-1364-512$

$5618 \geq -857$ - верно.

4) $\frac{5!}{9!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9} = 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9 = 3024$

Ответ: 3024 способа.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик

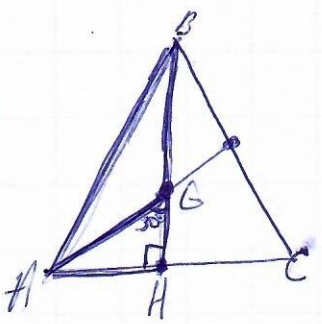
$\triangle AGH$ - прямоугольный

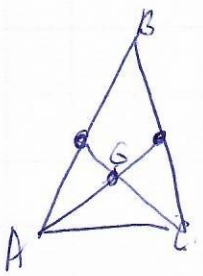
$AG = AH + GH$ (по теор. 2-х катетов)

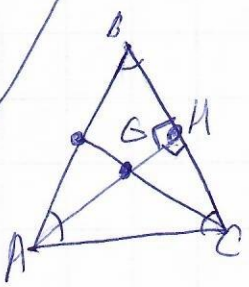
т.G делит BH как 2 к 1 $\Rightarrow$

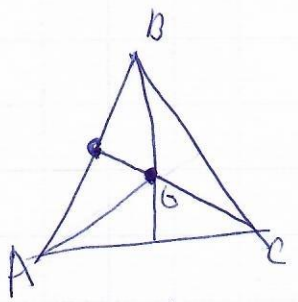
$BG = 2GH \Rightarrow$

$\frac{(AH + GH)}{2GH} = \frac{AG}{B}$











$\triangle ABC$

~~AC~~ $BC = BH + HC \Rightarrow$

$\triangle GHC$ - прямоугольный

$HC = GC - GH$ (по теор. катету) $\Rightarrow$

$BC = (GC - GH) \cdot 2$

т.G делит AH как 2:1 $\Rightarrow$

$AG = GH \cdot 2. \Rightarrow$

$\frac{AG}{BC} = \frac{GH \cdot 2}{(GC - GH) \cdot 2} = \frac{GH}{(GC - GH)}$

$\Rightarrow 142 + 5476 \not\parallel 1369 - 512 \Rightarrow$

$5618 \not\parallel 857$

3) $1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \not\parallel$

$5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512 =$

$1 + 1411 + 5476 \not\parallel 1369 - 512 =$

$6888 \not\parallel 857$ - ~~верно~~

~~$(1)^2 + 141 \cdot$~~

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \not\parallel$

$5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512 \Rightarrow$

$1 + 141 + 5476 \not\parallel 5 + 1364 - 512 \Rightarrow$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик

1) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$b,c = b \cdot c$

$a+(b \cdot c)=b+(c \cdot a)=c+(a \cdot b)=$

$1+(1-1)=1+(1 \cdot 1)=1+(1-1)$

4) $5! \cdot 9! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$

$1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$

120

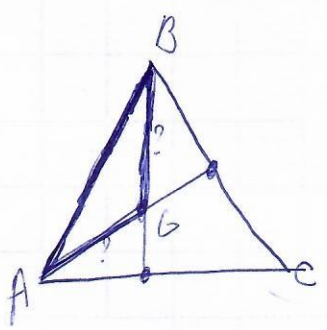
$\frac{5!}{9!}$

2) Дано: $\triangle ABC$

б-центроид

т.

Найти: $\frac{AG}{BC}$.



4)

1	2	2
2	3	0
2	0	3

1	0	4
2	2	1
2	3	0

2	1	2
0	4	1
3	0	2

0	0	5
1	4	0
4	1	0

2	2	1
3	0	2
0	3	2

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a = 1$

$b = 1; 2$

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512$

$1 + 141 + 5476 \geq 5 + 1369 - 512$

$142 + 5476 \geq 1374 - 512$

$5618 \geq 862$

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 5476 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$

$20187 \geq 1221$



$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

$1 + (2,3) = 2 + (3;1) = 3 + (1,2)$

$a = 1$
$b = 2$
$c = 3$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$2 + (4;1) = 4 + (2;1) = 1 + (4;2)$

$a = 2$
$b = 4$
$c = 1$

1	4	1
4	1	4
1	4	1

2	3	2
3	2	3
2	3	2

0	5	0
5	0	5
0	5	0

$a = 2$
$b = 4$
$c = 24$



$a = 2; b = 4; c = 8$

$2 + (4;8) = 4 + (8;2) = 8 + (2;4)$

$2 + (4;8) = 4 + (8;1) = 8 + (4;1)$

~~$2 + (4;6) = 4 + (6;2) = 6 + (2;4)$~~

$2 + (4;24) = 4 + (24;2) = 24 + (2;4)$

$3 \cdot 141 \cdot 2 + 282 + 1 = 283$

$4 \cdot 5476 \cdot 3 + 21904 + 283 = 22187$

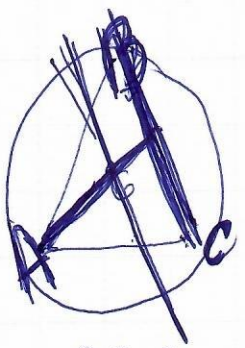
$2 \cdot 1369 \cdot 1 + 1798 + 5 = 1733 + 512 = 1221$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

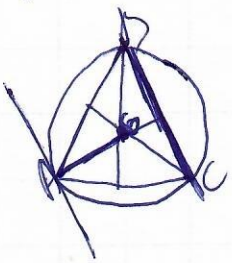
$a=2$; $b=4$; $c=1$

$2+(8;4)=4+(8;2)=8+(4;2)$

$2+(2;4)=4+(2;2)=2+(4;2)$

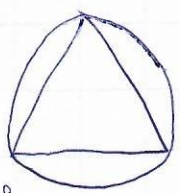


$\frac{AB}{BC} = AG:BC$



$BC \mid A$

$\frac{AG}{BC}$



$7 \cdot 4 = 28$.



21

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

3. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a = 1 ; b = 2$

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 5476 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$

$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 1728 - 512$

$22187 \geq 1221$

4.

1	4	1
4	1	4
1	4	1

2	3	2
3	2	3
2	3	2

0	5	0
5	0	5
0	5	0

1. $a + (b;c) = b + (c;a) = c + (a;b)$

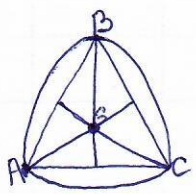
$a = 2 ; b = 4 ; c = 8$

$2 + (4;8) = 4 + (8;2) = 8 + (2;4)$

$a = 1 ; b = 1 ; c = 1$

$1 + (1;1) = 1 + (1;1) = 1 + (1;1)$

2.



$G : A ; BC : A \qquad CG = AG$

$\frac{AG}{BC} - ? \quad \frac{AG}{BC} = AG : \frac{BC}{2} = AG \cdot \frac{2}{BC} = \frac{AG \cdot 2}{BC}$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№1. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ болатындай барлық натурал a, b, c табу.

Бұл жердегі (x, y) - x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші.

№4. 0; 1, ... 9 цифрларын қолданып (қайталануы мүмкін) әр жолдың және әр бағанның цифрларының қосындысы 5-ке тең болатындай 3×3 таблицасын қанша әдіспен толтыруға болады?

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; ~~10~~.

осы сандардың бір-біріне қосындысы 5 және тең.

$0+1+2+3+4+5 = 15-5 = 10$.

Жауабы: 10 әдіспен толтырып шығуға болады.

№2. $\triangle ABC$ үшбұрышы берілген және G-центроид, медианалардың қиылысу нүктесі болсын. G нүктесіне BC қабырғасына қатысты симметриялы нүкте ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің байқында жататын болсын. $\frac{AG}{BG}$ қатынасын табыңыз.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3. Кез келген нақты a, b сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз.

$$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512.$$

$$\downarrow_{74}{}^2$$

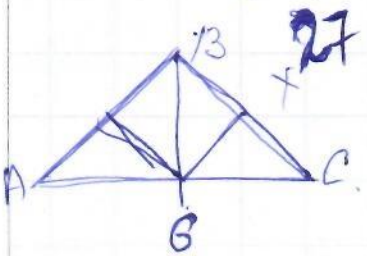
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

$a=5$. $5=5$. $5+(8\cdot3) = 8+(5\cdot3) = c+(a,b)$

$b=8$

$c=3$.



1	2	0	5
0	3		5
			5
5	5	5	

$(9! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5)$

$9+8+7+6+5+4+3+2+1$.

$0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$.

$5+4+3+2+1+0 = 15$

$15-5=10$.

9.

$a+(b,c) = b+(c,a)$

$= c+(a,b)$

$3+(6\cdot4+5)$

$a^2+14ab+56b^2 \geq 5a+364b-512$.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
ҰЛТТЫҚ БІРЛЕСТІРІЛГЕН ТЕСТІЛЕУ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№3

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2 = (a+74b)^2-7ab$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a+74b)^2-7ab \geq 5a+1364b-512$

$(0+74)^2-7\cdot1\cdot0 > 5\cdot0+1364\cdot1-512$

a	0	0	1	1	-1	-1
b	1	-1	0	-1	0	1
№	1	2	3	4	5	6

1) $74^2 > 812$

$5476 > 812$

2) $(0+(-74))^2+(7\cdot0\cdot(-1)) > 5\cdot0+1364\cdot(-1)-512$

$5476 > -1876$

3) $(1+74\cdot0)^2-(7\cdot1\cdot0) > 5\cdot1+1364\cdot0-512$

$1 > -507$

4) $(1+74\cdot(-1))^2-(7\cdot(-1)\cdot1) > 5\cdot1+1364\cdot(-1)-512$

$5329+7 > 5-1364-512$

$5336 > -1871$

5) $(-1+74\cdot0)^2-(7\cdot(-1)\cdot0 > 5\cdot(-1)+1364\cdot0-512$

$1 > -517$

6) $(-1+74\cdot1)-7\cdot(-1)\cdot1 > 5\cdot(-1)+1364\cdot1-512$

$5329+7 > -5+1364-512$

$5336 > 847$

теңсіздіктің сол жақ қосқаша көбейту
Формуласын болғандықтан қалдай сан қойсаңда
ол әрдайым оңтайлы теңсіздікті ұлғайтады

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

№4

0, 1, ..., 9 – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, сандар қолданылуы мүмкін

9, 8, 7, 6, >5 бестен үлкен сандарды қолдана алмайтынбыз

0, 1, 2, 3, 4, 5 ≤ 5

$5 = 1+1+3$
$5 = 1+3+1$
$5 = 3+1+1$

$5 = 2+2+1$
$5 = 2+1+2$
$5 = 1+2+2$

$5 = 0+3+2$
$5 = 0+2+3$
$5 = 2+0+3$
$5 = 2+3+0$
$5 = 3+2+0$
$5 = 3+0+2$

$5 = 0+4+1$
$5 = 0+1+4$
$5 = 1+4+0$
$5 = 1+0+4$
$5 = 4+1+0$
$5 = 4+0+1$

$5 = 0+0+5$
$5 = 0+5+0$
$5 = 5+0+0$

$n = 6$ $m = 9$ $m = 3 \cdot 3 = 9$



9 клеток

$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!\,n!} = \frac{9!}{(9-6)!\,6!}$ $C_9^6 = \frac{9!}{(9-6)!\,6!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{6! \cdot 3!} =$

$\frac{7 \cdot 8^4 \cdot 9^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$ $\mathcal{M} = 84$

№1

$a+(b,c) = b+(c\,a) = c+(a\,b)$

$\begin{cases} a+bc = z \\ b+ca = z \\ c+ab = z \end{cases}$

$a+bc = b+ca$ $b+ca = c+ab$ $c+ab = a+bc$

$a = b+ca-bc$ $b = c+ab-ca$ $c = a+bc-ab$

$b+b+ac^2-bc^2 = z$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Черновик

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$



$a^2+14ab+54b^2 \geq 6a+136b-512$

$a+b,c=x$

$b+c,a=x$

$c+a,b=x$

$a+bc=b+ca$ $\quad b+ca=c+ab$ $\quad c+ab=a+bc$

$a=b+ca-bc$ $\quad b=c+ab-ca$ $\quad c=a+bc-ab$

$\frac{9!}{5!}=\frac{6\cdot7\cdot8\cdot9}{1\cdot2\cdot3\cdot4}$

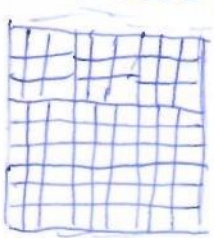
$C_n^m \quad \frac{m}{(m-n)!\,n!}$

$bc=b+ca-a$

$bc=c-a-ab$

$b+ca-a=c-a-ab$

$b+ca=c+ab$



$b+bc^2$

$b+b+c^2a-bc^2=2$

$2b+ac^2-bc^2=2$

$a^2+14ab+54b^2$

$(a+7b)^2-ab$

$1,2,3$
$a\ b\ c$

$1,3,4$

$\sqrt{682}$

$\sqrt{5a}$

$6!$
$1!\ 5!$

$6!=720$

C_{31}^{3}

$\frac{9!}{3!}$

$\frac{21!}{3!}$

$\frac{10^3}{3!}$

$36+36=72$

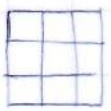
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

Зад. 4) 0; 1; ... 9 $S=5$



П.-к. $a_i \in N$, то $a_{max} = 5$ ($5 = 5+0+0$)

Рассмотрим все случаи при $S=5$:

1) $5+0+0=5$
2) $4+1+0=5$
3) $3+2+0=5$
4) $3+1+1=5$
5) $2+2+1=5$

1) для 1-ого случая возможны 3 сп. заполнения 1-ого ряда, каждому из которых соответствует 2 сп. заполнения последующих $\Rightarrow 3 \cdot 2 = 6$ сп.
2) аналогично для 2-ого, 3-его, 4-ого и 5-ого случая $\Rightarrow 4 \cdot 6 = 24$ сп.
3) $24+6 = 30$ сп. - всего

Ответ: 30 сп.

Зад. 1) $a + (b,c) = b + (a,c) = c + (a,b)$

$a, b, c \in N$

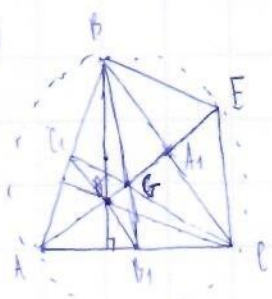
Допустим $a \neq b \neq c$, тогда

$$\begin{cases} a=(a,c) \\ a=(a,b) \\ b=(b,c) \\ b=(a,b) \\ c=(b,c) \\ c=(a,c) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c \\ a=b \\ b=c \\ b=a \\ c=b \\ c=a \end{cases}$$

$\Rightarrow a=b=c$, значит при $a=b=c$ равенство верно для любых $a=b=c \in N$

Ответ: $a=b=c \in N$.

Зад. 2)



Дано: $\triangle ABC (\in \omega(O;R))$; $CC_1 \cap BB_1 \cap AA_1 = G$ (медианы);
$GA_1 = A_1E$; $E \in \omega(O;R)$
Найти: $\frac{AG}{BC}$

Решение.

O совпадает с G (т.к. $GC=GB=GA=R$)
Проведем $BE=EC$ ($AE=D$; $BB_1 = A_1C$ (по св-ву мед.) $\Rightarrow BE=EC$)
Рассм. $ABEC$; AC_1GB_1
П.к. $\angle A$ - общий; $\frac{AC_1}{AB} = \frac{AB_1}{AC} = \frac{1}{2}$ (по отр. мед.); $\frac{AE}{AG} = 2 \Rightarrow \frac{AG}{AE} = \frac{1}{2}$ ($R=\frac{1}{2}$), то $ABEC \sim AC_1GB_1$ (по

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
ДАРЫН РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

значит $\frac{AC_1}{AB} = \frac{AB_1}{AC} = \frac{AG}{AE} = \frac{C_1G}{BE} = \frac{B_1G}{CE} = \frac{1}{2}$ (по опр.)

$\frac{AG}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow AG = \frac{AE}{2} = R$

Проведём B_1C_1 - диаг. AC_1GB_1

Рассм. $\triangle AC_1B_1 \sim \triangle ABC$ (общ. частями $ABEC \sim AC_1GB_1$)

$\frac{AC_1}{AB} = \frac{AB_1}{AC} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{1}{2}$ (опр.)

$\frac{AG}{AE} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{1}{2}$

$BC = \frac{AE \cdot B_1C_1}{AG}$

$\frac{AG}{BC} = \frac{AG \cdot AG}{AE \cdot B_1C_1} = \frac{AG^2}{AE \cdot B_1C_1} = \frac{R^2}{2RB_1C_1} = \frac{R}{2B_1C_1} = \frac{AG}{2B_1C_1} = \frac{AG}{BC}$

Задача) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 148ab + (74b)^2 - 7ab \geq 5a + 1364b - 512$

$(a + 74b)^2 \geq 5a + 7ab + 1364b - 512$

498
+364
862

1) Пусть $a = 0$; $b = 0$, тогда

$0 \geq -512$

2) Пусть $a > 0$, $b < 0$ (допустим $a = 1$; $b = -1$),

тогда $73^2 \geq \underbrace{5 - 7 - 1364 - 512}_{<0}$

3) Пусть $a < 0$; $b > 0$ (допустим $a = -1$; $b = +1$)

$73^2 \geq -5 + 7 + 1364 + 512$

$73^2 \geq 1878$ ($73^2 \geq 4900 \Rightarrow 73^2 \geq 1878$)

4) Пусть $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ b = 0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{array}\right. \end{cases}$, тогда (допустим $\left[\begin{array}{l} \{b \neq 0 \\ \{b = +1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \{a \neq 0 \\ \{a = -1 \end{array}\right.$)

$1^2 \geq -507$

$1^2 \geq -517$

$74^2 \geq 862$

$74^2 \geq -1876$

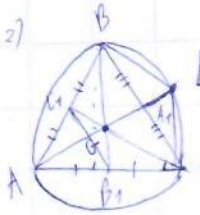
5) Пусть $a \neq 0; b \neq 0$ $a + 74b = 0$ (допустим $a = 74$; $b = -1$)

$0 \geq \underbrace{74 - 74 - 7 - 1364 - 512}_{<0}$

Исходя из вышеперечисленных случаев неравенство справедливо для любых $a \in Z$; $b \in Z$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

2) Чертеж:



Дано: $\triangle ABC \in \omega(O;R)$; AA_1; BB_1; CC_1 - мед. ; E - сим. G отн. BC;
$AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1 = G$

Найти: $\frac{AG}{BC}$

Доказ.

Прове. BE; EC

$ABEC \sim AC_1GB_1 \Rightarrow \frac{AG}{AE} = \frac{AC_1}{AB} = \frac{AB_1}{AC} = \frac{C_1G}{BE} = \frac{B_1G}{CE} (= \frac{BC}{B_1C_1})$

$\frac{AG}{AE} = \frac{BC}{B_1C_1}$

$\frac{AG}{BC} = \frac{AE}{B_1C_1}$ $AE = 2R$

$\triangle ABC \sim \triangle AB_1C_1$

$\frac{AC_1}{AB} = \frac{AB_1}{AC} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{1}{2}$

$B_1C_1 = \frac{BC}{2}$

$\frac{AG}{BC} = \frac{AE \cdot 2}{BC} = \frac{4R}{BC}$ $S_\triangle = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R} \Rightarrow 4R = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{S_\triangle}$

$\frac{AG}{BC} = \frac{AB \cdot AC}{S_\triangle}$ $S_\triangle = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin\angle A$

$\frac{AG}{BC} = \frac{2}{\sin\angle A} = 2\operatorname{cosec}\angle A$

4)

4	1	
1		4
	4	1

0; 1; 4 - 5 см.

1; 1; 3

3	1	1
1	3	1
1	1	3

- 5 см.

2; 2; 1

2	3	1
1	3	2
2	1	2

- 5 см.

3; 2; 0

5; 0; 0 - 6 см.
4; 1; 0 - 5 см.
3; 1; 1 - 5 см.
2; 2; 1 - 5 см.
3; 2; 0 - 5 см.
} = 26 см.

3	2	0
2	0	3
0	3	2

- 5 см.

$54'76 \mid \overline{74}$
-49
$144 \mid 576$
$4 \mid -576$
0

4)

5	0	0
0	5	0
0	0	5

5 5 5

5: $0+0+5 \Rightarrow n_{max} = 5$; 0; ...; 9
$n_{min} = 0$

~~0 + 4~~

1) $a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

при $a = b = c$; $(a,b) = c$ $a, b, c \in N$ (любые числа)

при $a \neq b \neq c$:

$$\begin{cases} a = (c,a) \\ a = (a,b) \\ b = (b,c) \\ b = (a,b) \\ c = (b,c) \\ c = (c,a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c \\ a = b \\ b = a \\ b = c \\ c = a \\ c = b \end{cases} \Rightarrow a = b = c$$

$a, b \in Z$

3) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 141ab + (74b)^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$(a + 74b)^2 - 7ab \geq 5a + 1364b - 512$

$(a + 74b)^2 \geq 5a + 7ab + 1364b - 512$

$a, b = 0$ $0 \geq -512$

$a > 0$; $b < 0$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ